

คณิตศาสตร์ ประถมศึกษาปีที่ 4

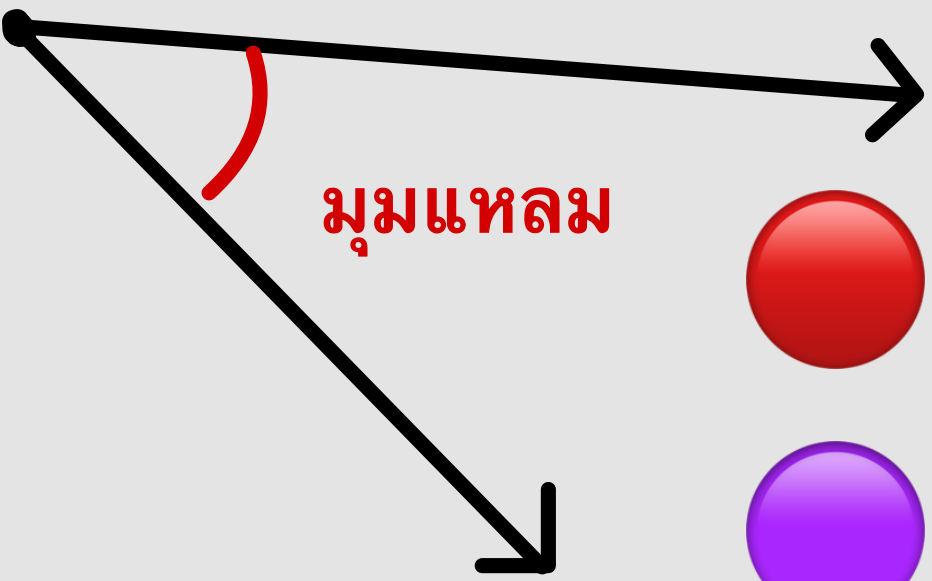
บทที่ 8 : มุม



มุมฉาก



มุมตรง

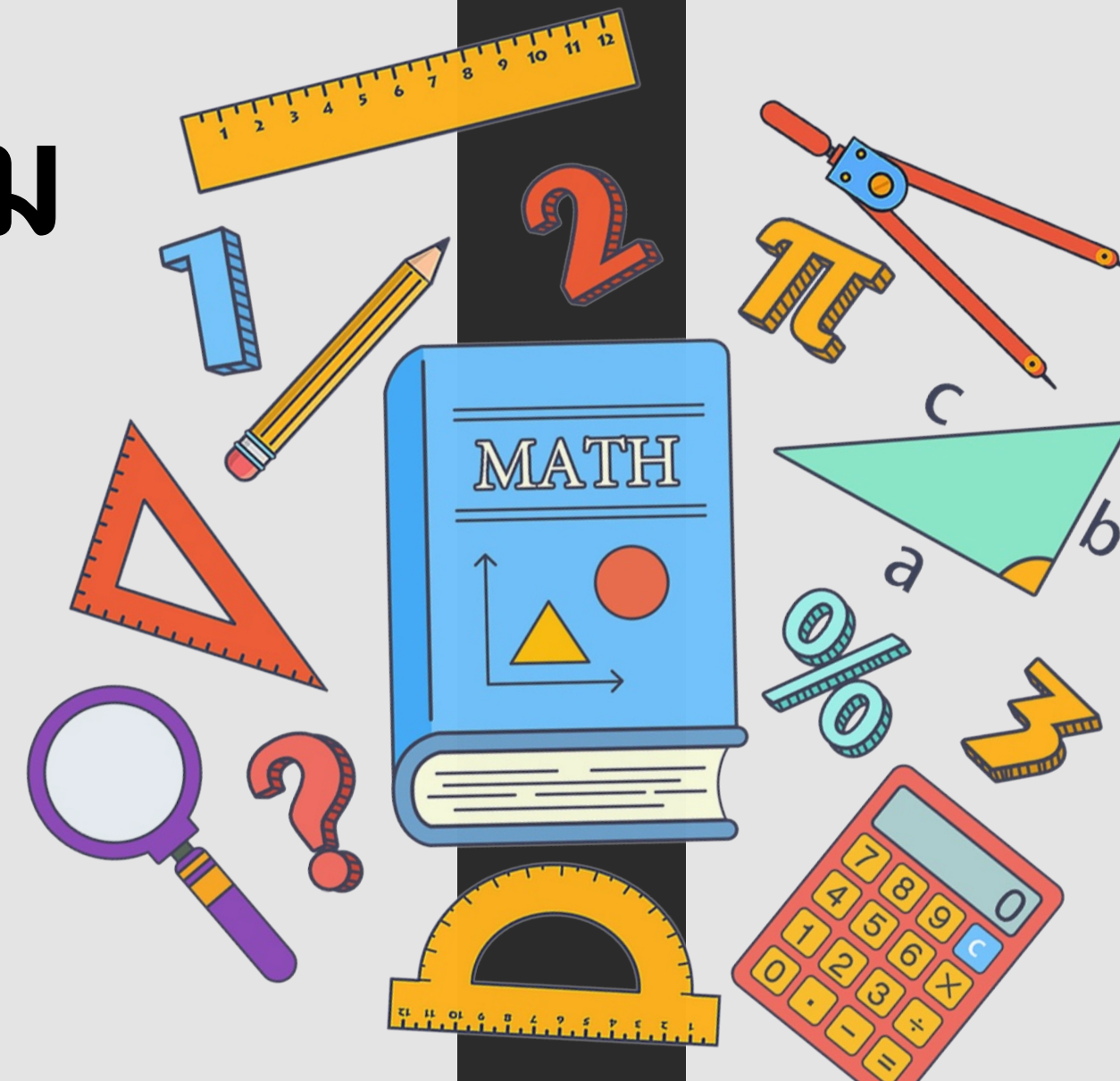
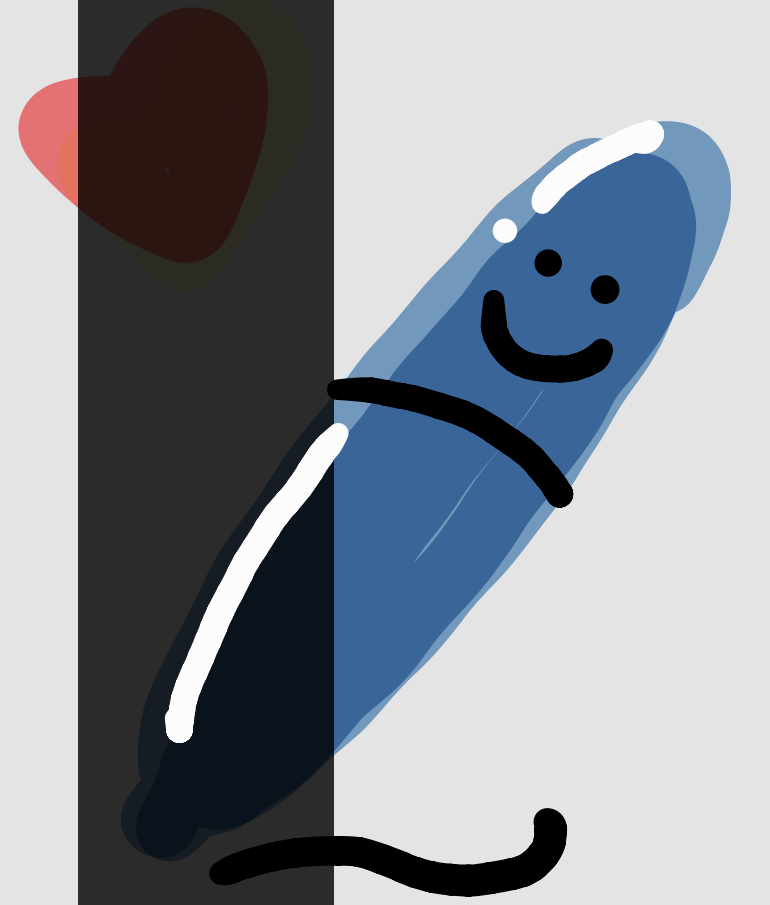


มุมแหลม



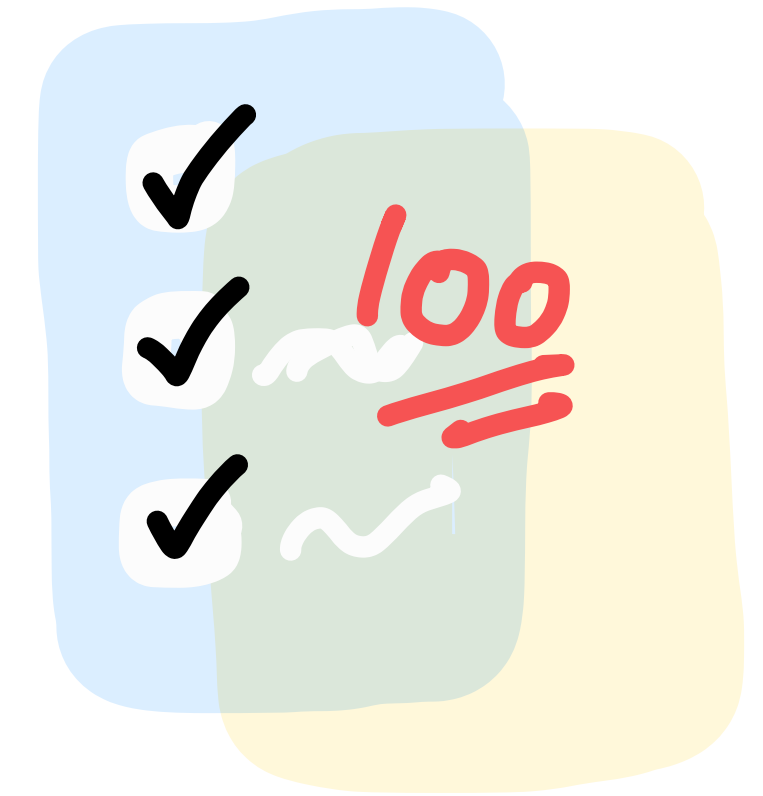
มุมป้าน

- จุด เส้นตรง รังสี และส่วนของเส้นตรง
- มุม ส่วนประกอบของมุมและการเรียกชื่อ
- การวัดขนาดของมุมและการจำแนกชื่อมุม
- การสร้างมุม โดยใช้โพรแทรกเตอร์



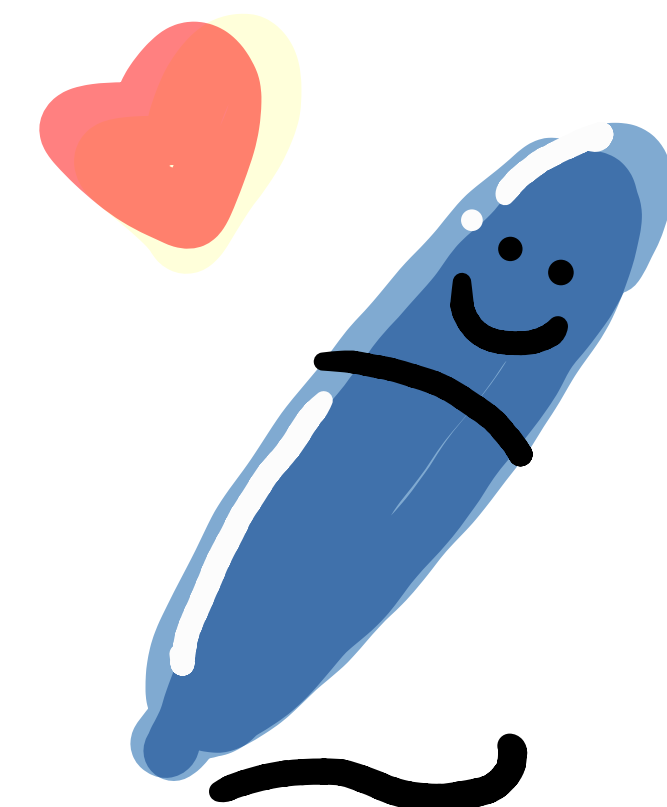


สิ่งที่น่าสนใจจะได้รับจากการเรียนจบ บทที่ 8



- ✓ ได้รู้จักกับ “มูม” ต่างๆ ที่สามารถพบเจอได้ในชีวิตประจำวัน
- ✓ สามารถแยกได้ระหว่าง “เส้นตรง” “รังสี” หรือ “ส่วนของเส้นตรง”
- ✓ สามารถบอกชื่อ มูม ส่วนประกอบมูม และสัญลักษณ์แทนมูม
- ✓ สามารถจำแนกชนิดของมูมต่างๆ ได้
- ✓ สามารถวัดมูมที่มีขนาดต่างๆ โดยใช้โปรแทรกเตอร์ ได้
- ✓ สามารถสร้างมูมขนาดต่างๆ โดยใช้โปรแทรกเตอร์ ได้

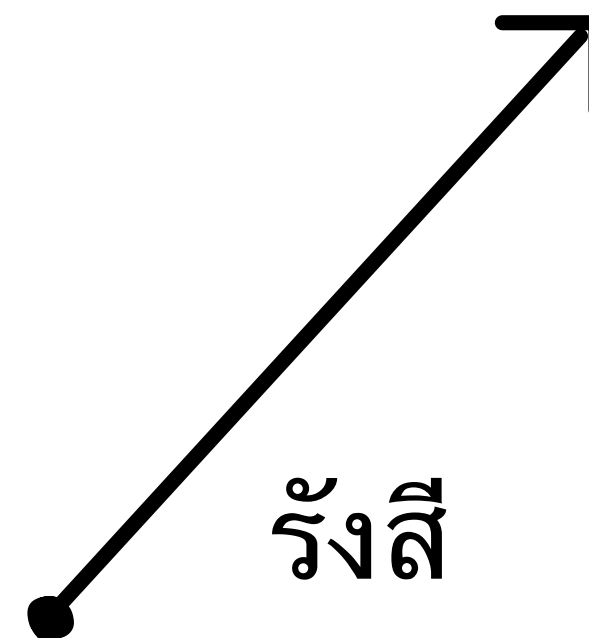
● จุด เส้นตรง รังสี และส่วนของเส้นตรง



จุด



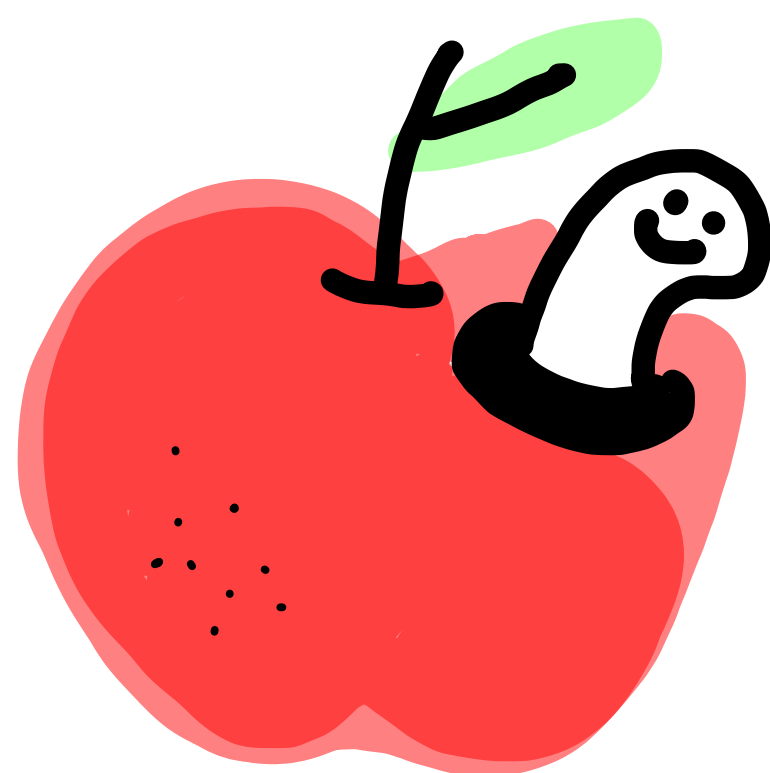
เส้นตรง



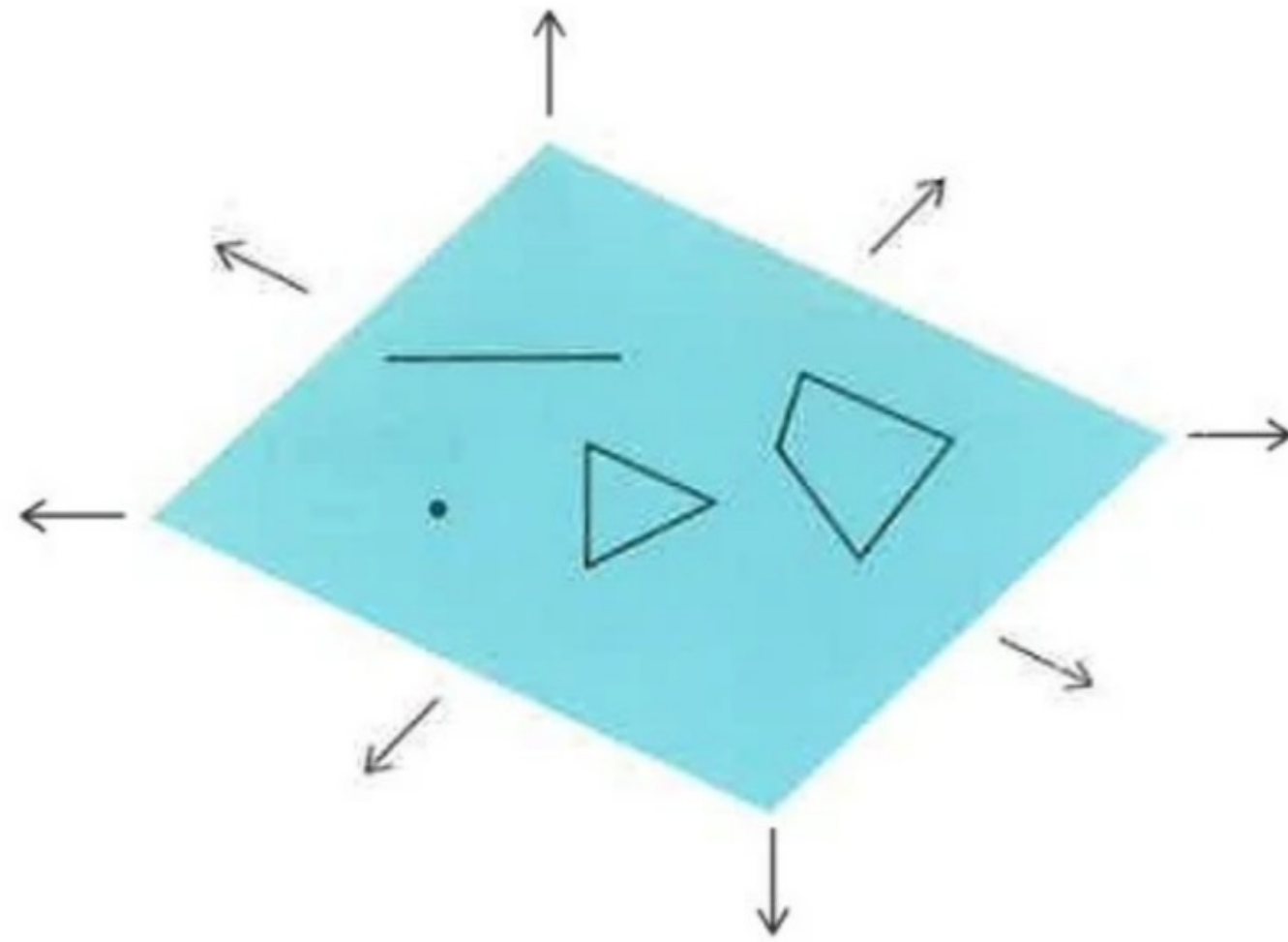
รังสี



ส่วนของเส้นตรง



สิ่งที่มีลักษณะแบนราบ เรียบ และมีอาณาบริเวณไม่จำกัด เรียกว่า **ระนาบ**



กระดาษ พื้น ผนัง ผิวโต๊ะ ก็เรียกว่าเป็น ระนาบ ได้เช่นกัน
เพียงแต่มีบริเวณจำกัด

คำนิยาม

จุด



เราใช้ จุด เพื่อบอกตำแหน่ง



เส้นตรง

เส้นในแนวตรงที่มีหัวลูกศรที่ปลายทั้งสองข้าง เพื่อแสดงว่าเส้นตรงนี้มีความยาวไม่จำกัด



รังสี

เส้นในแนวตรงที่มี จุดปลาย ข้างหนึ่ง และหัวลูกศรอีกข้างหนึ่ง



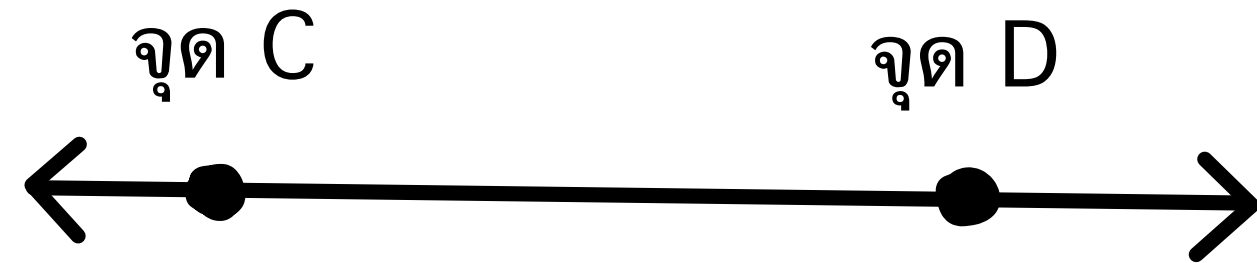
ส่วนของเส้นตรง

เส้นในแนวตรงที่มี จุดปลาย ทั้งสองข้าง

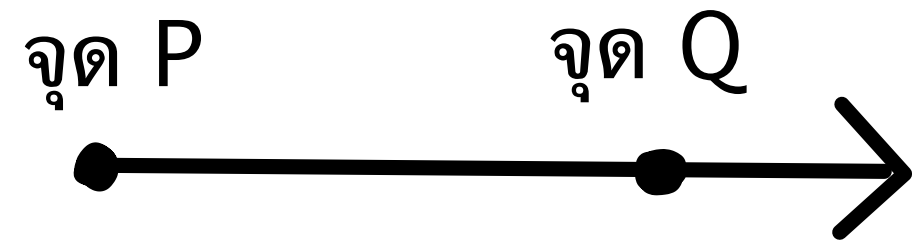
การใช้สัญลักษณ์



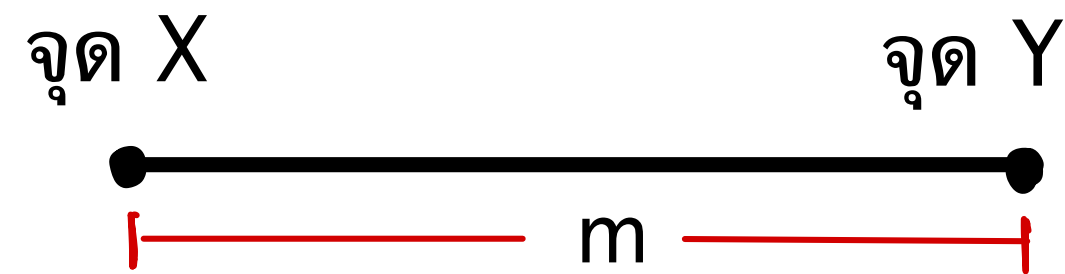
เมื่อต้องการระบุชื่อจุด นิยมใช้อักษรอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่ หรือพยัญชนะไทย



เมื่อกำหนดจุด C และจุด D เส้นตรงที่ผ่านจุด C และจุด D เรียกว่า เส้นตรง CD หรือ เส้นตรง DC เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ \overleftrightarrow{CD} หรือ \overleftrightarrow{DC}



จุด P เป็นจุดปลายของรังสี และจุด Q เป็นอีกจุดหนึ่งบนรังสีนี้ เรียกว่า รังสี PQ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ \overrightarrow{PQ} *ไม่เท่ากับ \overrightarrow{QP}



จุด X และจุด Y เป็นจุดปลายทั้งสองข้าง เรียกว่า ส่วนของเส้นตรง XY หรือ ส่วนของเส้นตรง YX เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ \overline{XY} หรือ \overline{YX}

★ ใช้ m แทนความยาวของส่วนของเส้นตรง เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $m(XY)$

แบบฝึกหัดที่ 1 : ปฏิบัติตามข้อกำหนดและเติมคำตอบ

1. กำหนดจุด P บนระนาบ ลากเส้นตรงให้ผ่านจุด P

จุด P
●

จะลากได้ เส้น

2. กำหนดจุด M และจุด N บนระนาบ ลากเส้นตรงให้ผ่านจุด M และจุด N

จุด M
●

จุด N
●

จะลากได้ เส้น

3. กำหนดจุด X จุด Y และจุด Z บนระนาบ ลาก \overleftrightarrow{XY} และ \overleftrightarrow{XZ}

• จุด Y

จุด X •

จุด อยู่บน \overleftrightarrow{XY} และ \overleftrightarrow{XZ}

• จุด Z

★ 4. จุด K อยู่บน \overleftrightarrow{MN} และ \overleftrightarrow{OP}

เรียกจุด K ว่าเป็น **จุดตัด** ของ \overleftrightarrow{MN} และ \overleftrightarrow{OP}

หรือกล่าวว่าการ \overleftrightarrow{MN} และ \overleftrightarrow{OP} ตัดกันที่จุด K

แบบฝึกหัดที่ 2 : เขียนรูปตามข้อกำหนด

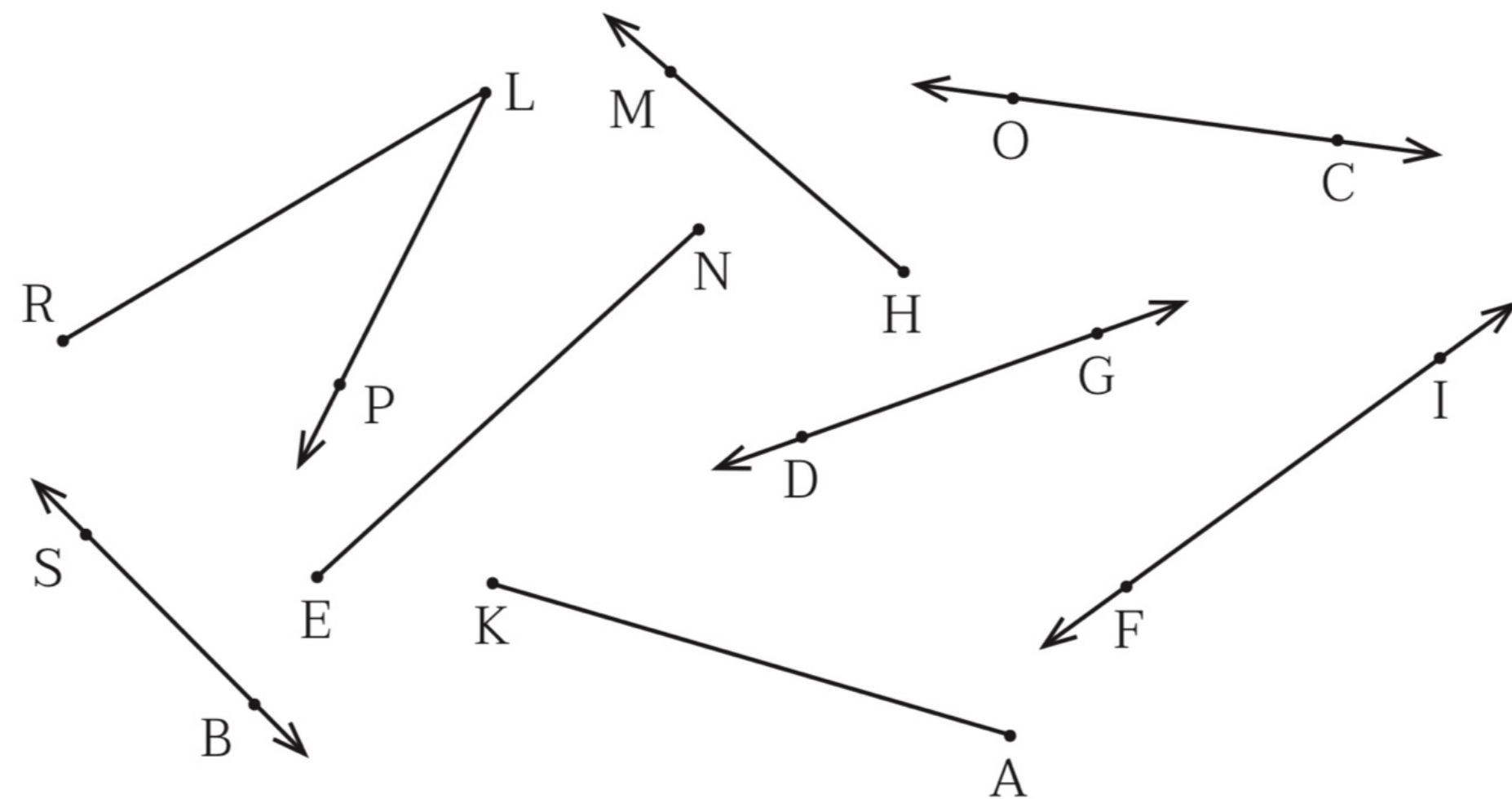
1. จุด ม อยู่บน $\overleftrightarrow{บข}$ แต่จุด ต ไม่อยู่บน $\overleftrightarrow{บข}$

3. เขียน \overrightarrow{PQ} และ \overrightarrow{PR}
ให้มีจุดปลายเป็นจุดเดียวกัน

2. จุด F ไม่อยู่บน \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{FU} ตัด \overleftrightarrow{AB} ที่จุด K

แบบฝึกหัดที่ 3 : เติมคำตอบ

1.

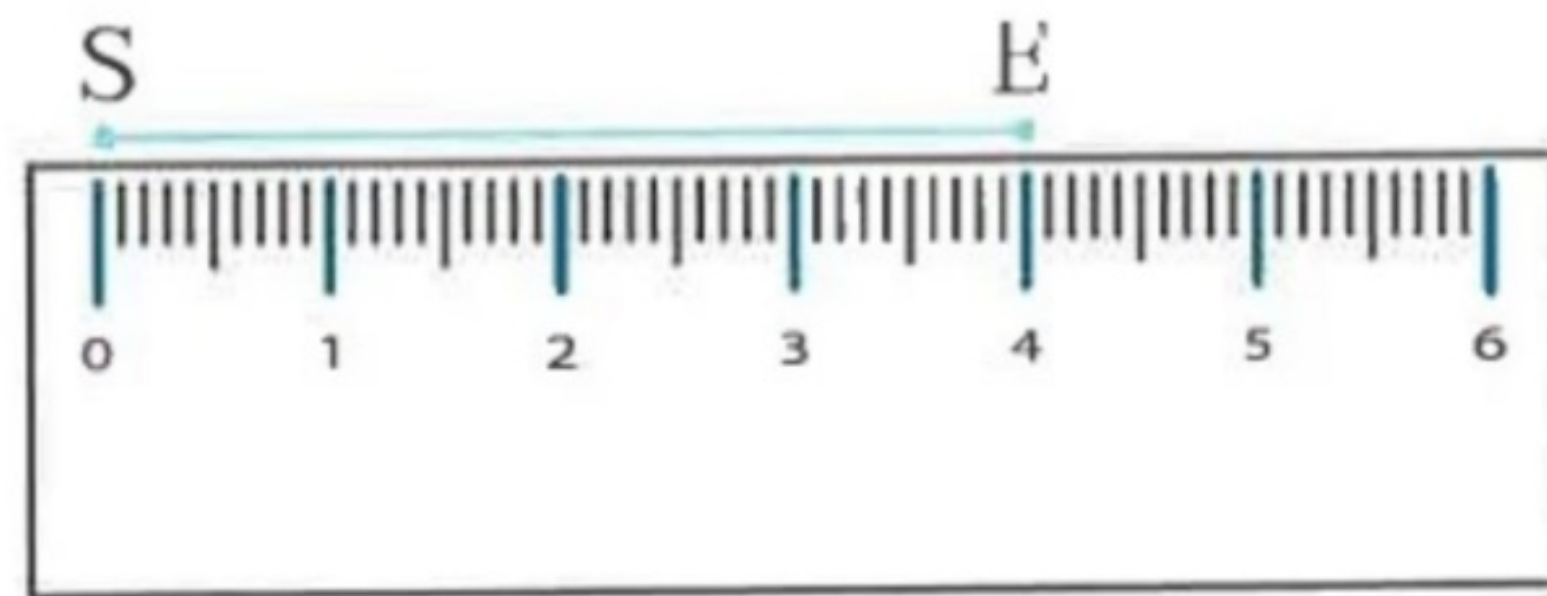


เส้นตรง ได้แก่

ส่วนของเส้นตรง ได้แก่

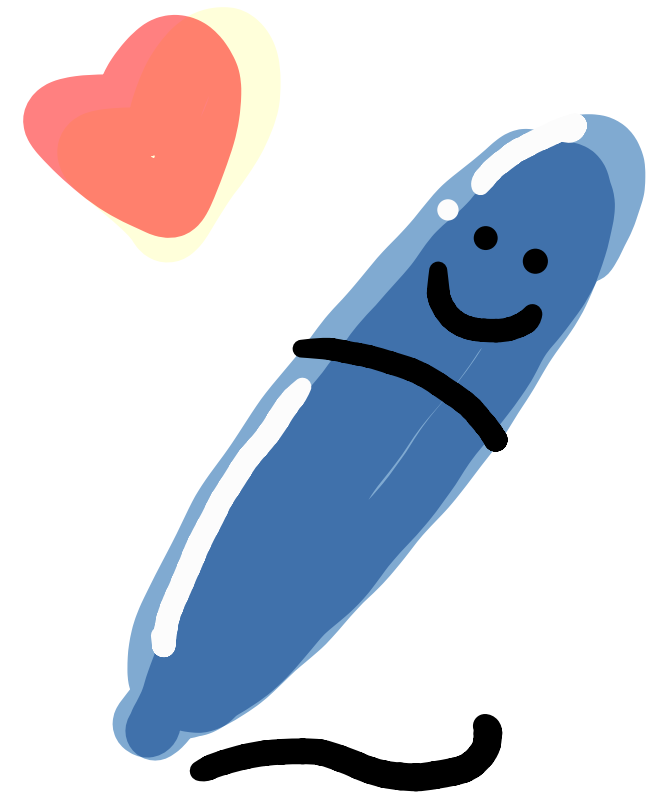
รังสี ได้แก่

2. \overline{SE} ยาวกี่เซนติเมตร

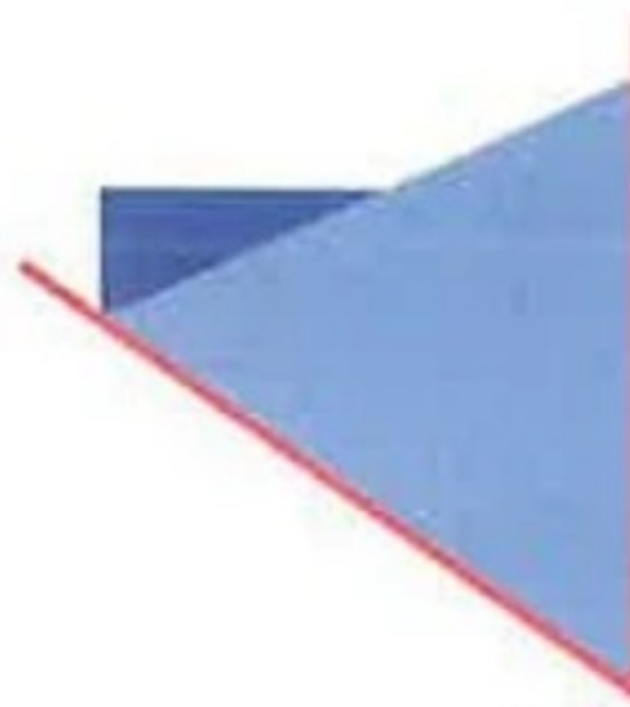


$$m(\overline{SE}) = \dots\dots\dots$$

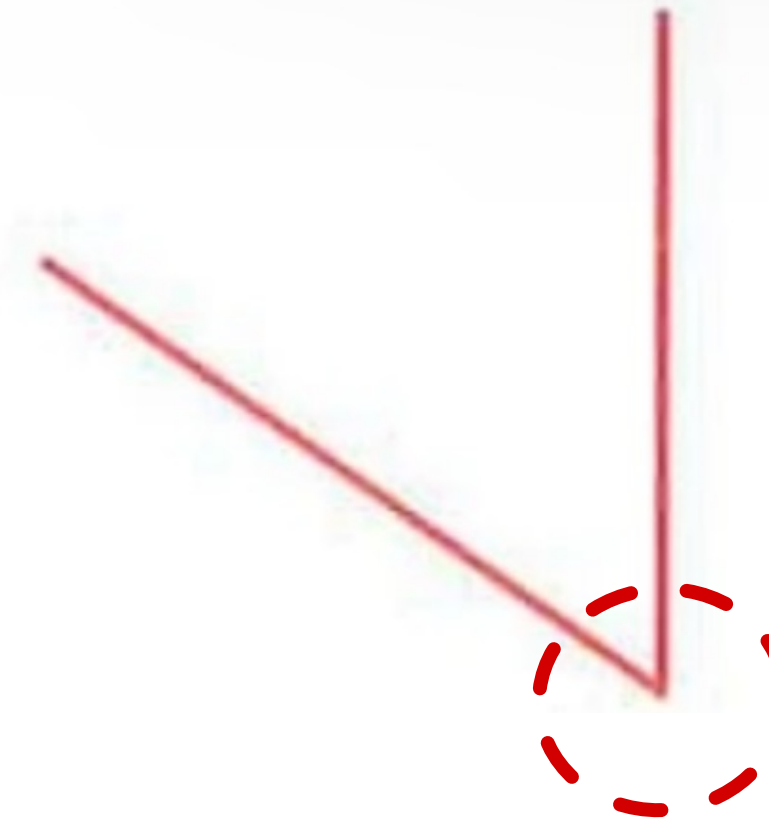
● มุม ส่วนประกอบของมุม และการเรียกชื่อมุม



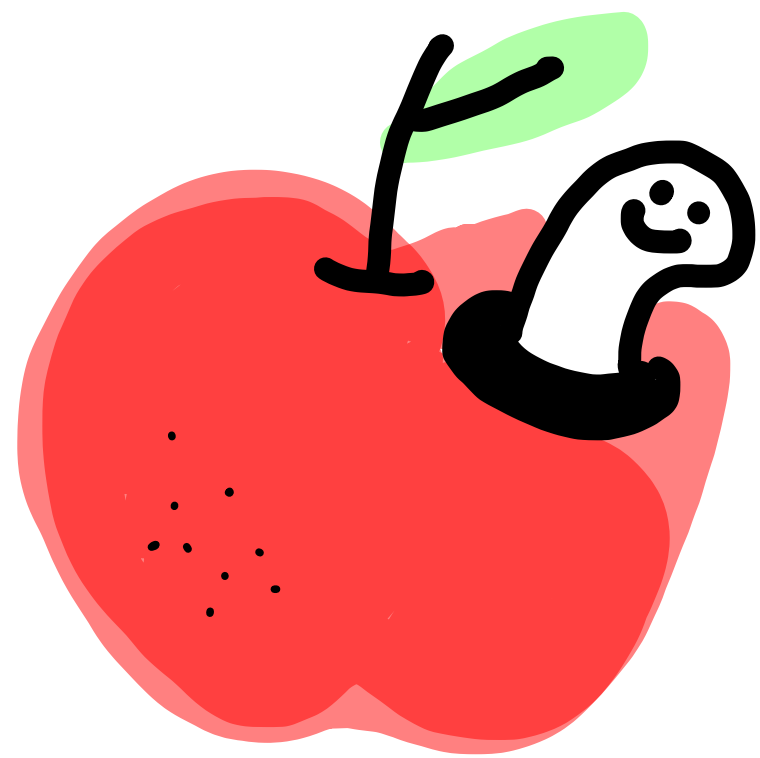
พับกระดาษ



ขีดเส้นตามขอบ

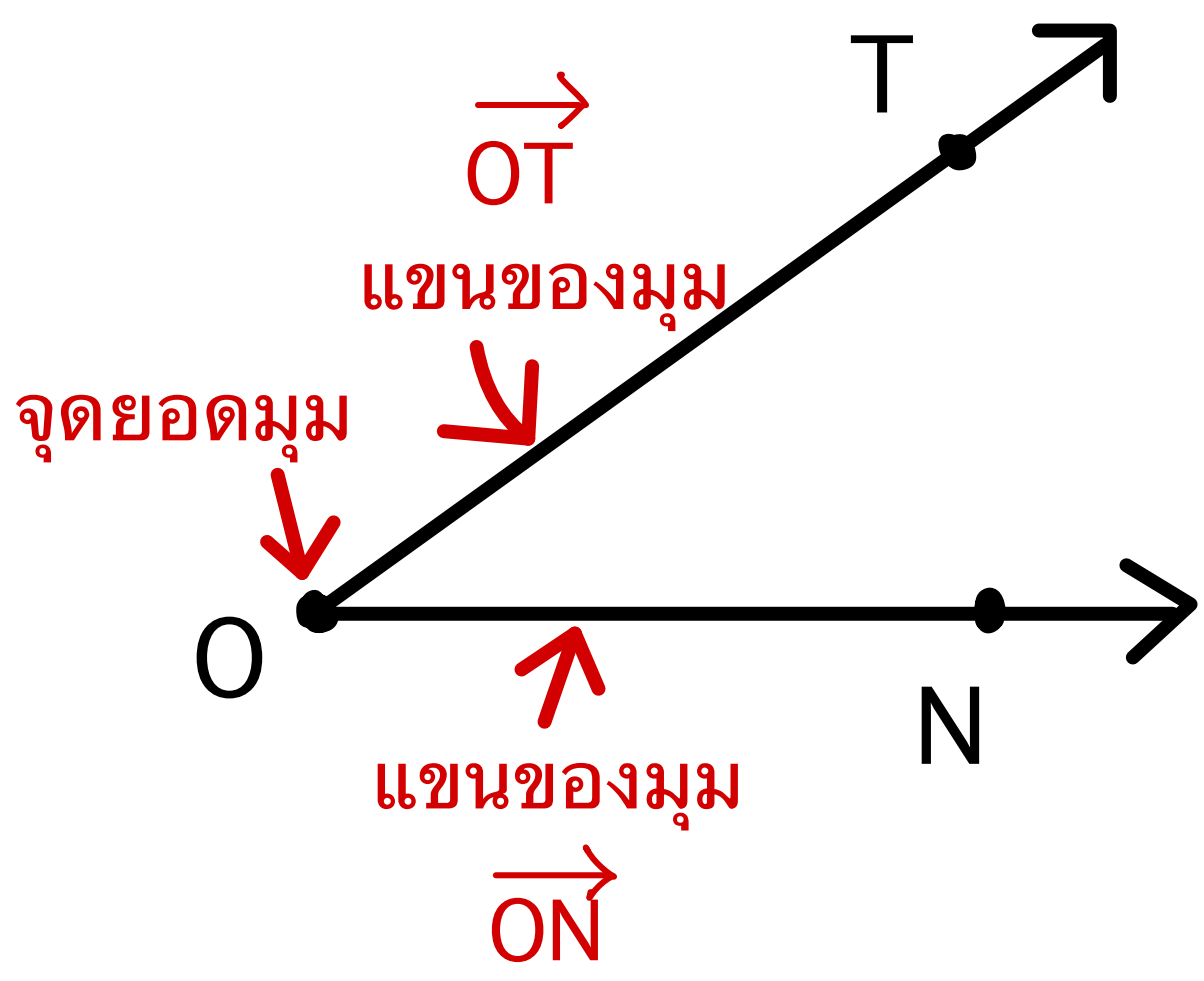


ได้มุมขึ้นมา

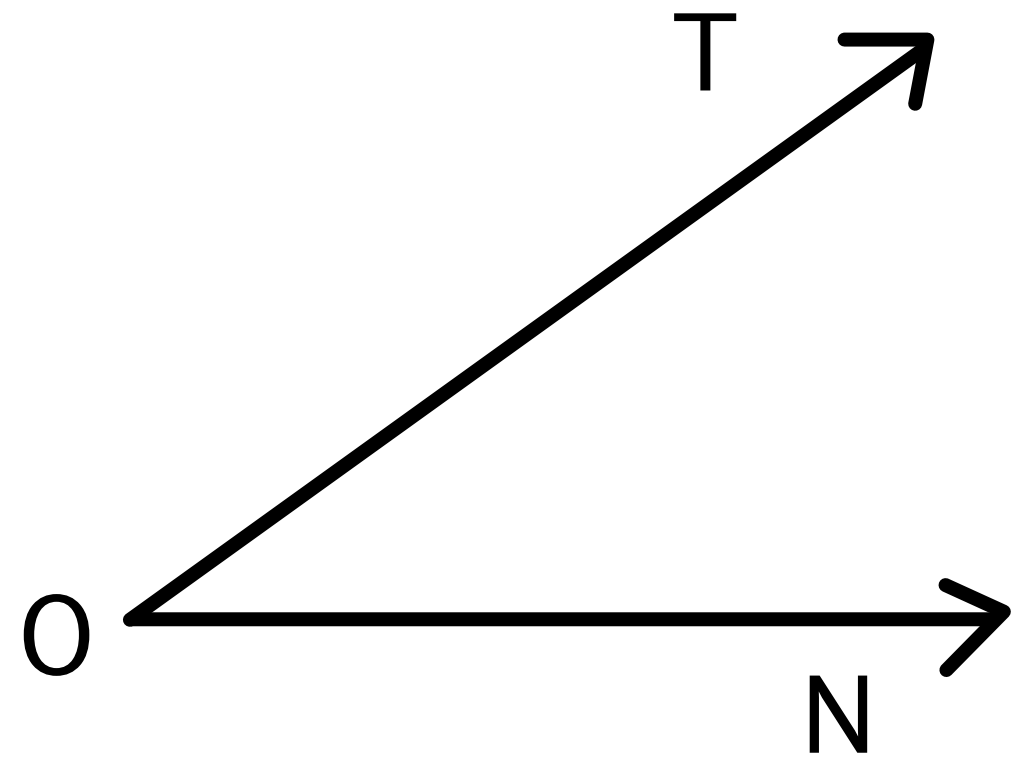


ตัวอย่างการเขียนมุม

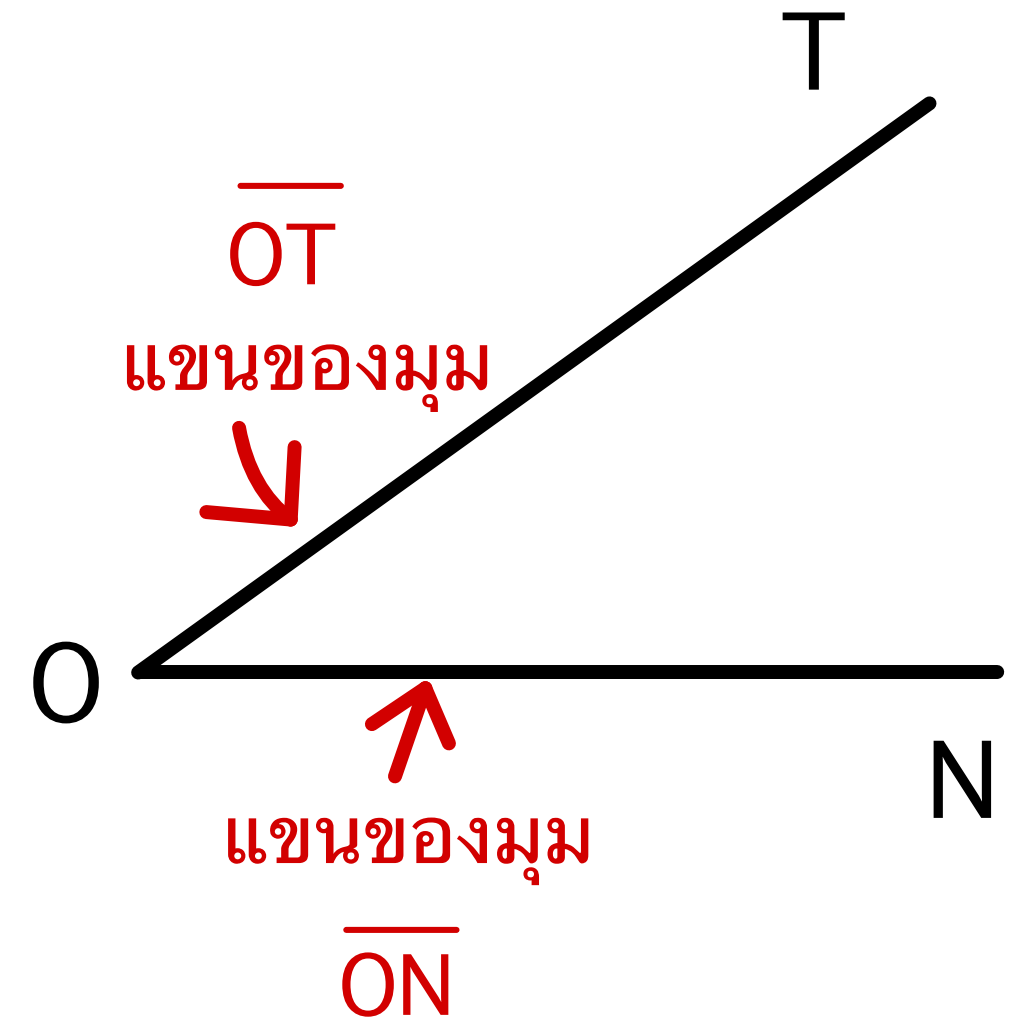
แบบที่ 1



แบบที่ 2



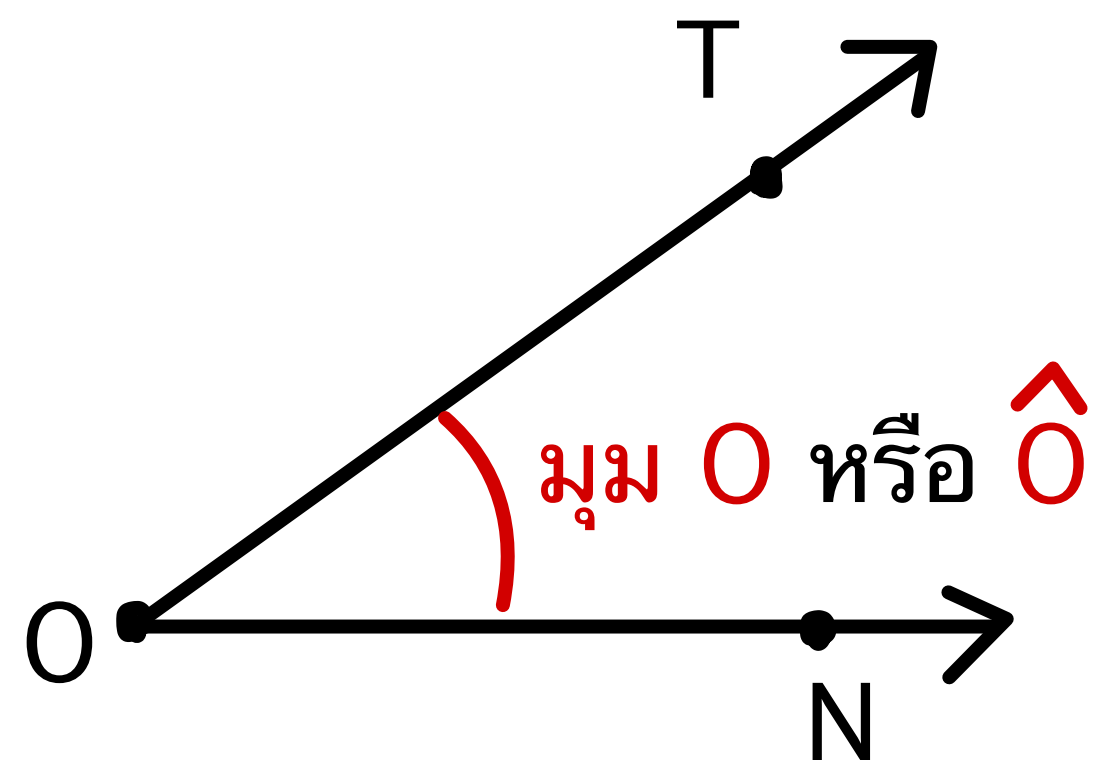
แบบที่ 3



เรียกรูปนี้ว่า มุม TON เขียนแทนด้วย \widehat{TON} หรือ $\angle TON$

หรือ มุม NOT เขียนแทนด้วย \widehat{NOT} หรือ $\angle NOT$

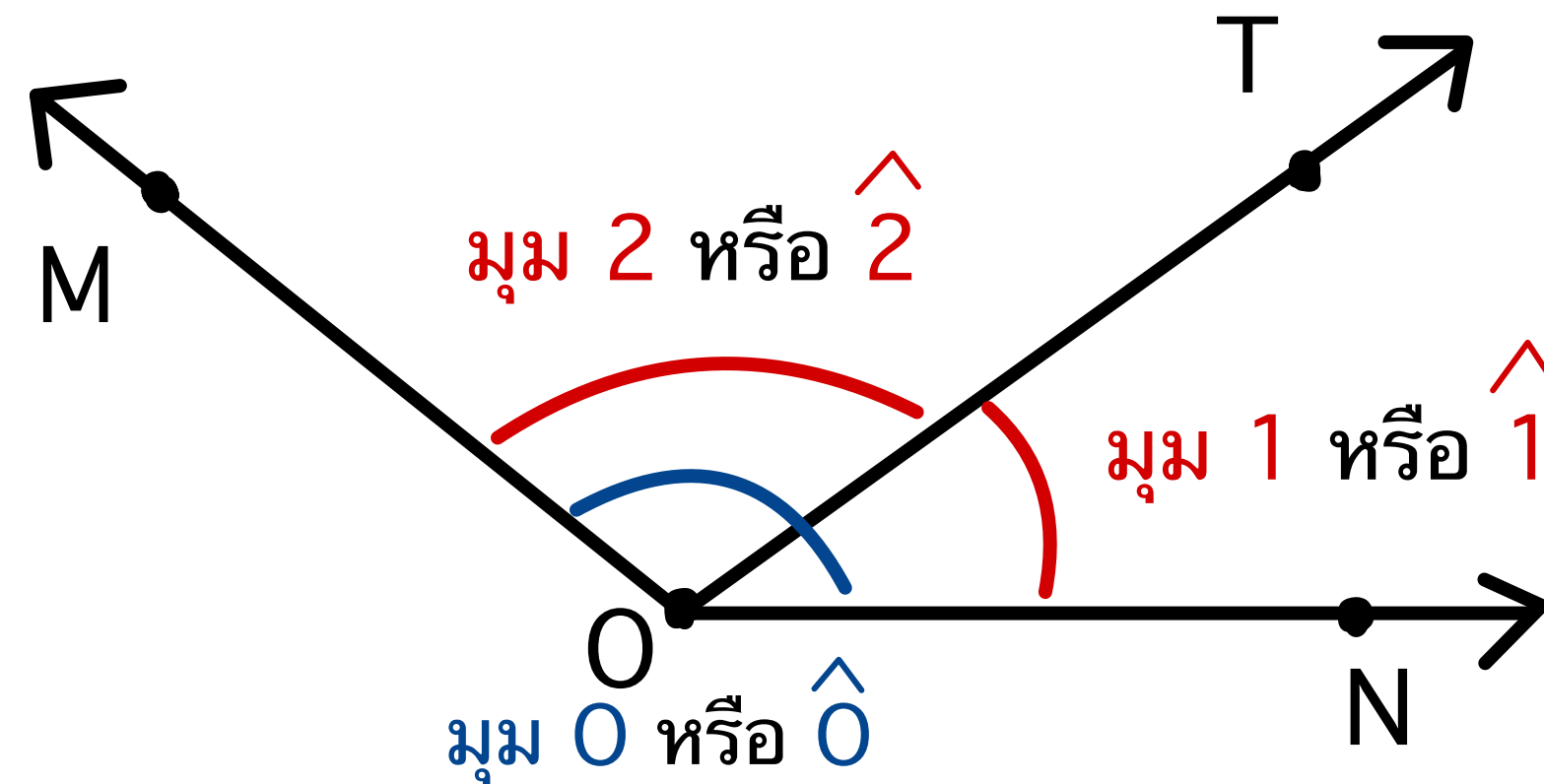
กรณีที่จุดยอดมุมเป็นของมุมเดียว



เช่น

\hat{TON} มีจุด O เป็นจุดยอดมุม
เรียกมุมนี้ว่า **มุม O** หรือ \hat{O}

กรณีที่จุดยอดมุมเป็นของมุมหลายมุม



เช่น

\hat{TON} \hat{TOM} และ \hat{MON} มีจุด O เป็นจุดยอดมุม

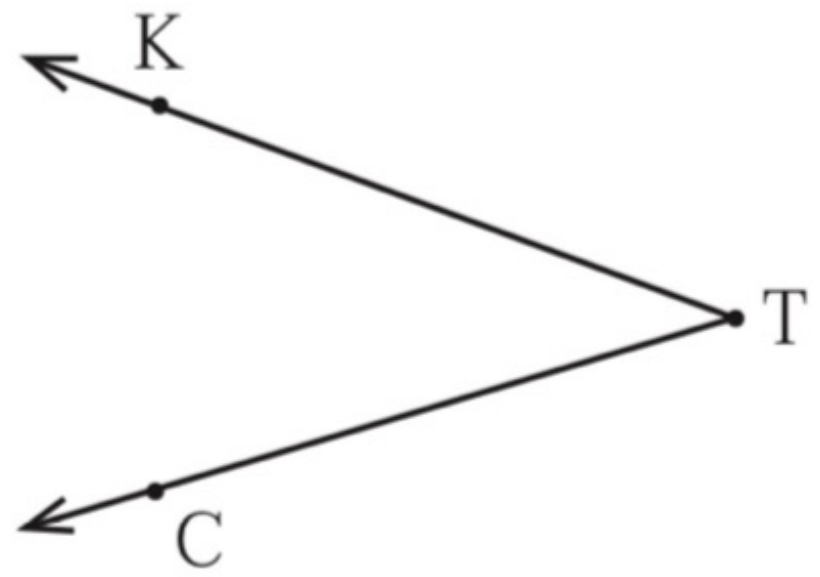
ดังนั้น \hat{TON} อาจเรียกว่า **มุม 1** เขียนแทนด้วย $\hat{1}$

\hat{TOM} อาจเรียกว่า **มุม 2** เขียนแทนด้วย $\hat{2}$

\hat{MON} อาจเรียกว่า **มุม O** เขียนแทนด้วย \hat{O}

แบบฝึกหัดที่ 1 : เติมคำตอบ

1.

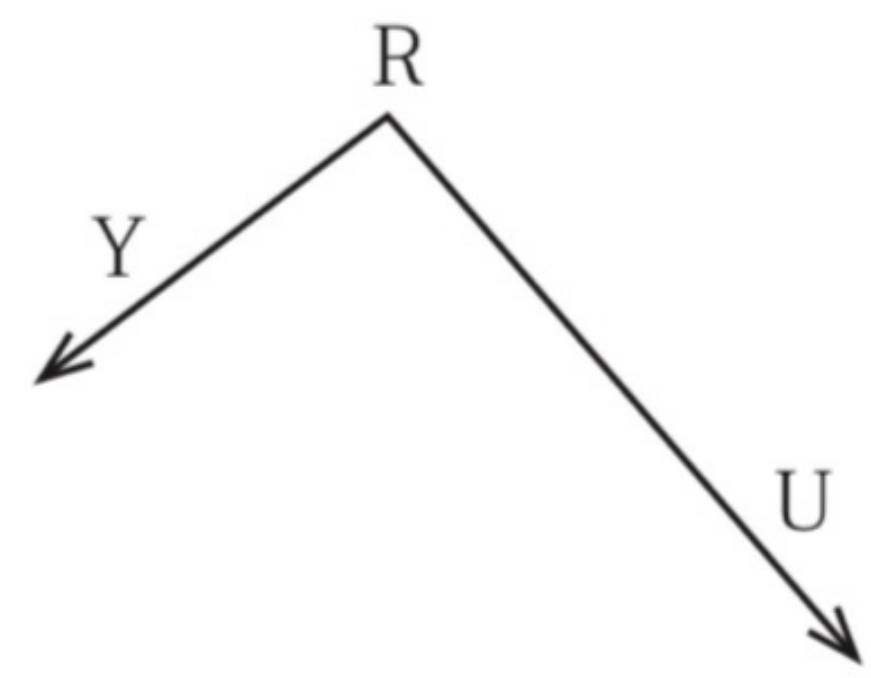


ชื่อมุม

ชื่อจุดยอดมุม

ชื่อแขนของมุม

2.

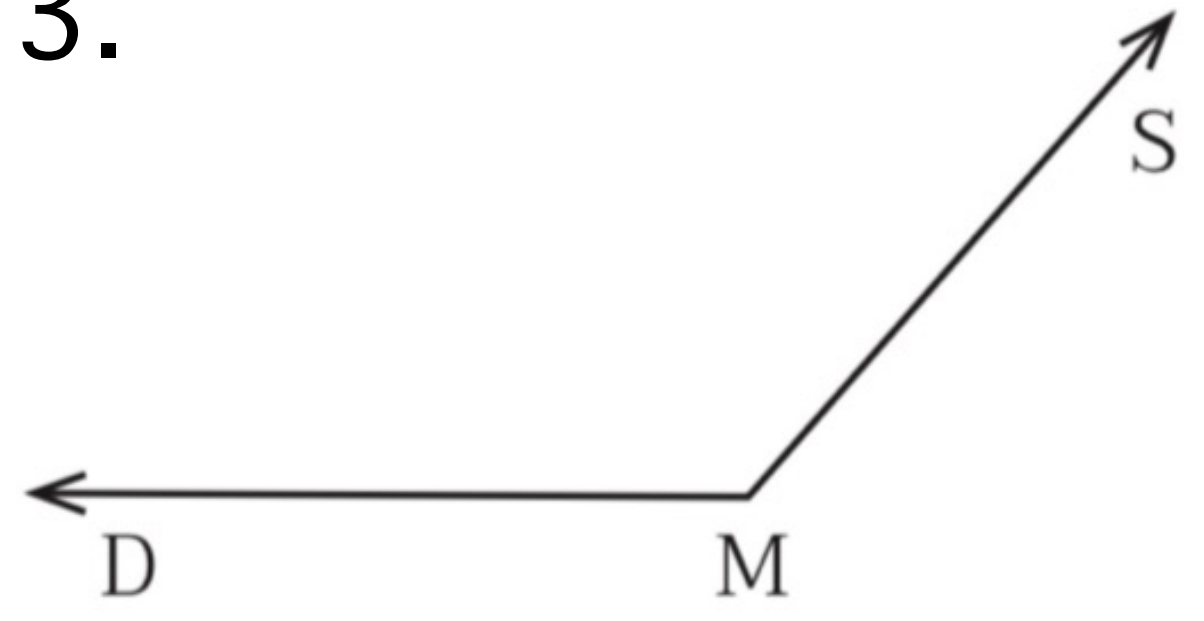


ชื่อมุม

ชื่อจุดยอดมุม

ชื่อแขนของมุม

3.

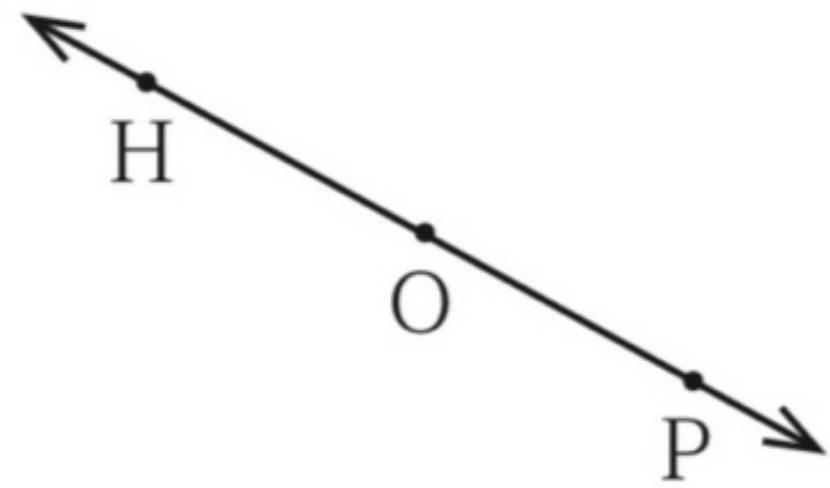


ชื่อมุม

ชื่อจุดยอดมุม

ชื่อแขนของมุม

4.

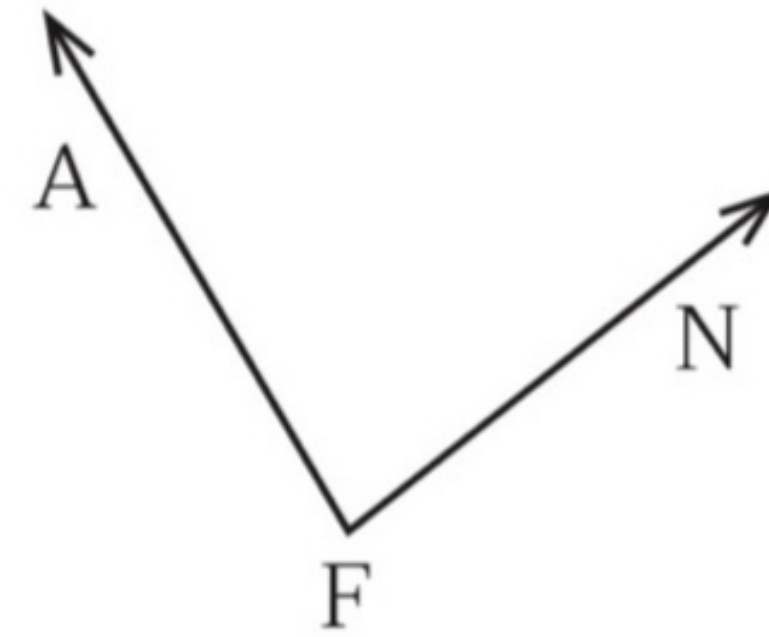


ชื่อมุม

ชื่อจุดยอดมุม

ชื่อแขนของมุม

5.



ชื่อมุม

ชื่อจุดยอดมุม

ชื่อแขนของมุม

แบบฝึกหัดที่ 2 : เขียนมุมตามข้อกำหนด

1. $\widehat{L\hat{K}C}$

ชื่อมุม

ชื่อจุดยอดมุม

ชื่อแขนของมุม

2. \overrightarrow{PM} กับ \overrightarrow{PT} เป็นแขนของมุม

ชื่อมุม

ชื่อจุดยอดมุม

ชื่อแขนของมุม

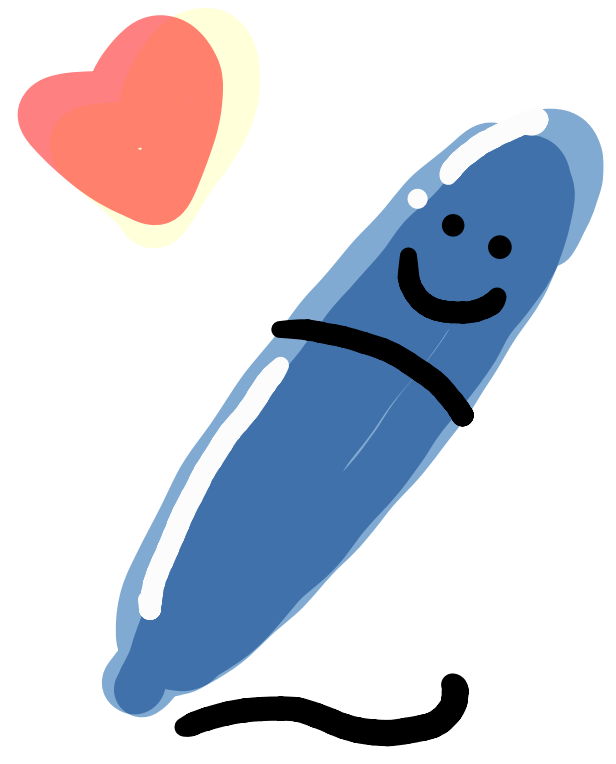
3. $\widehat{A\hat{B}C}$ และ $\widehat{D\hat{B}C}$

ชื่อมุม

ชื่อจุดยอดมุม

ชื่อแขนของมุม

● การวัดขนาดและการจำแนกชื่อมุม



มุมฉาก



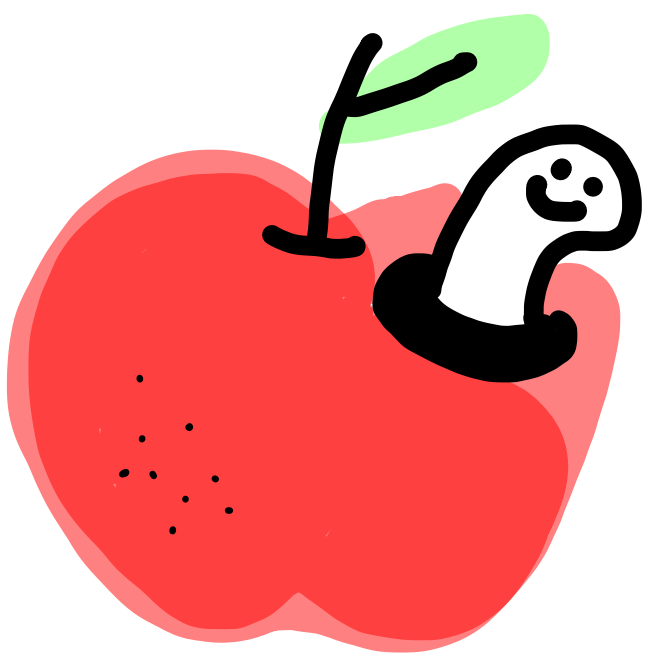
มุมตรง



มุมแหลม



มุมป้าน

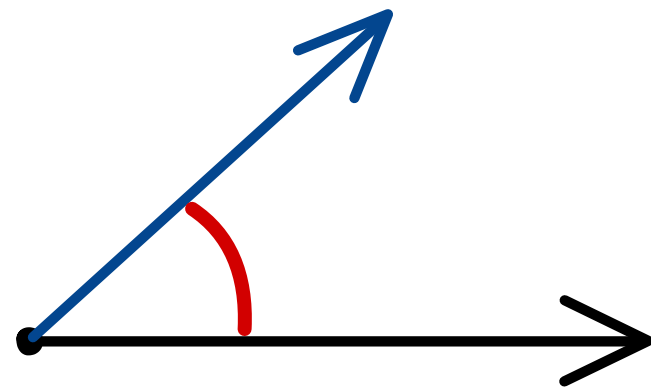
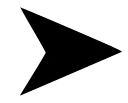


ยังมีมุมอื่นๆนอกเหนือจากนี้อีก...แล้วแต่ละมุมมีวิธีดูยังไงกันนะ ?

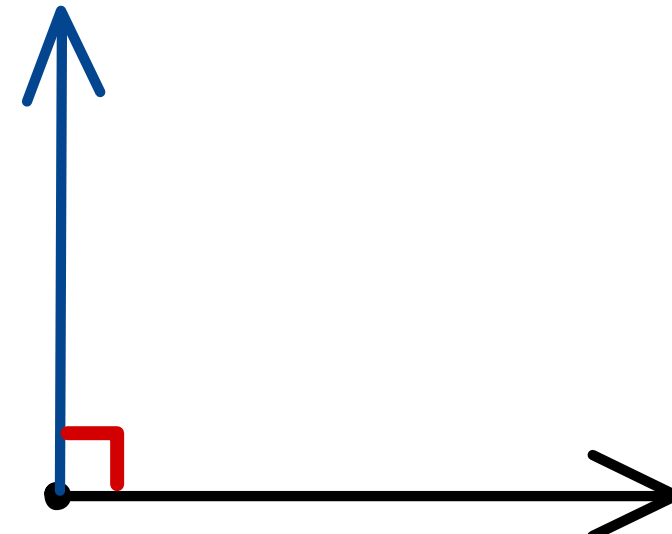
ชนิดของมุม



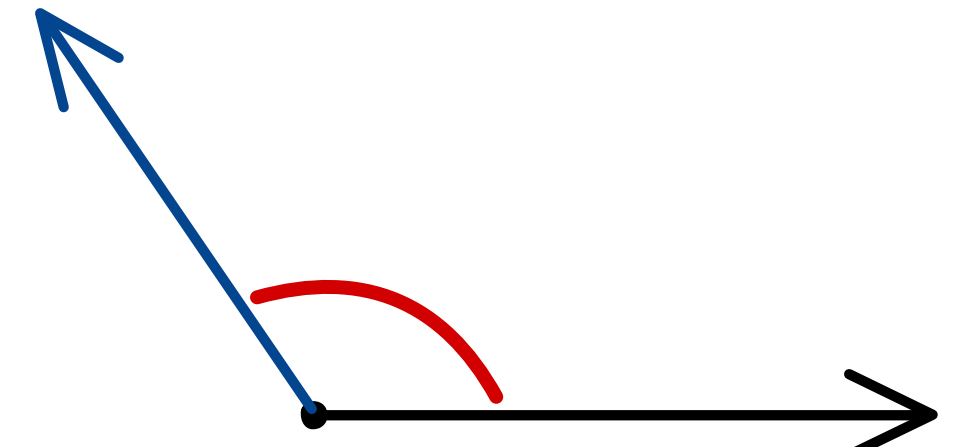
มุมศูนัย



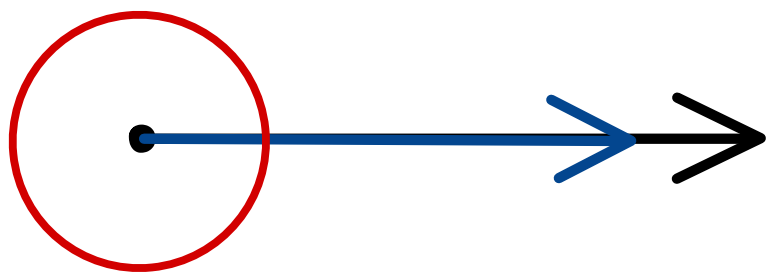
มุมแหลม



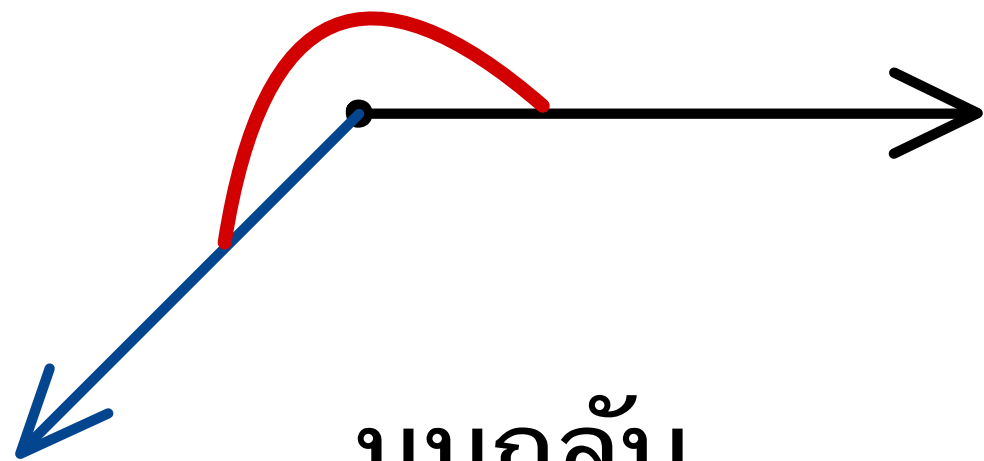
มุมฉาก



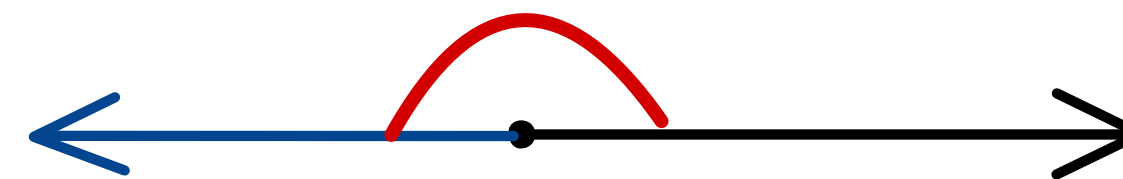
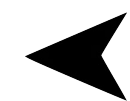
มุมป้าน



มุมสมบูรณ์



มุมกลับ



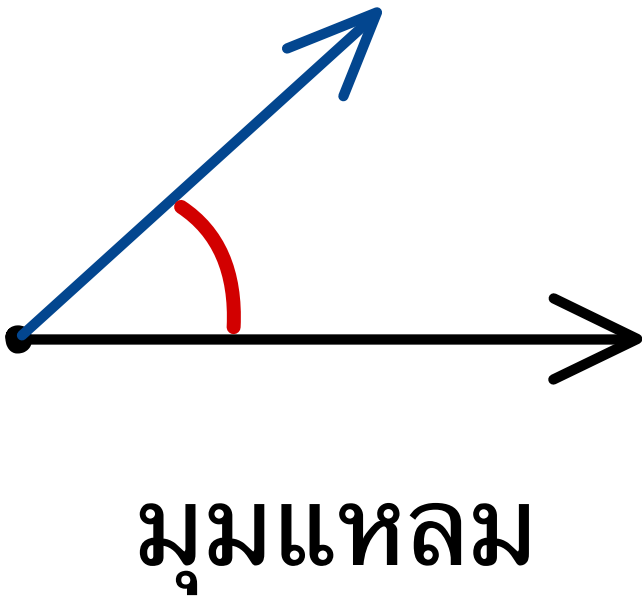
มุมตรง

ขนาดของมุม

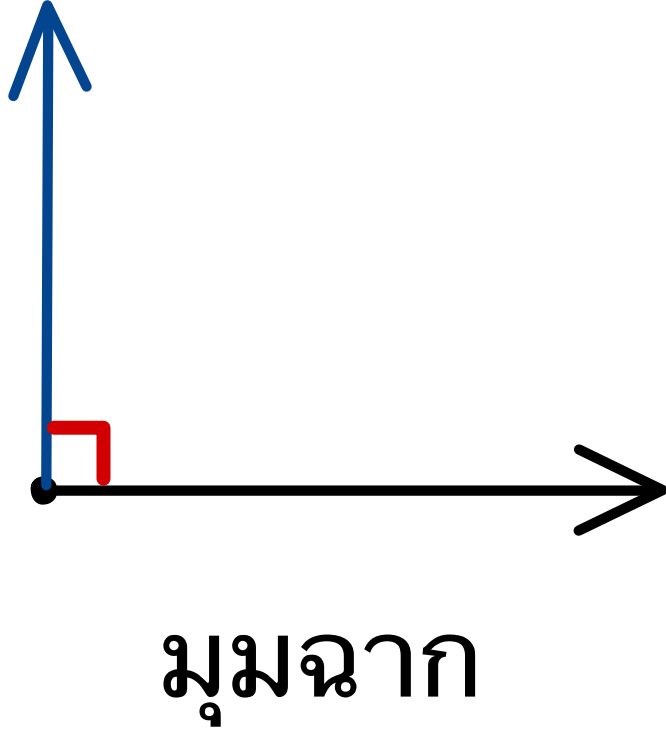
ขนาดของมุม เป็นปริมาณที่เกิดจากการหมุนแขนใดแขนหนึ่งของมุม โดยมีจุดยอดมุมเป็นเหมือนจุดหมุน หน่วยที่ใช้บอกขนาดของมุม เรียกว่า องศา เขียนแทนด้วย $^{\circ}$ เช่น 90°



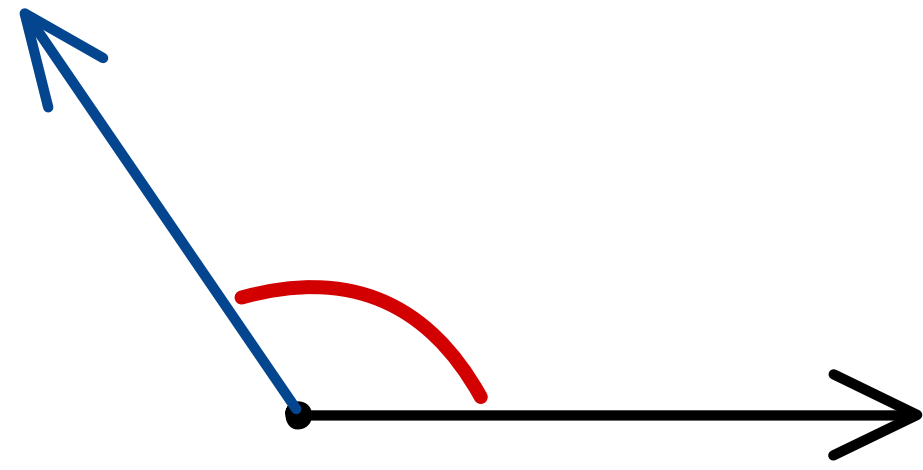
ขนาดของมุม : 0°



$0^{\circ} < \text{ขนาด} < 90^{\circ}$

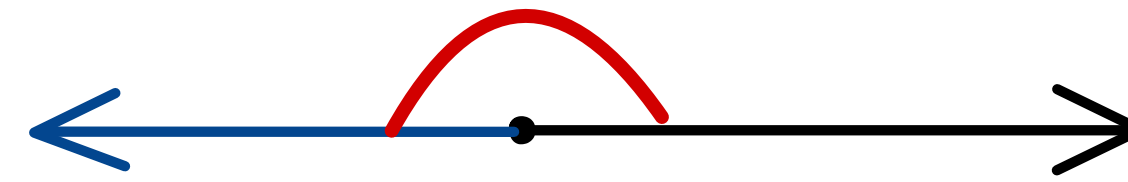


90°



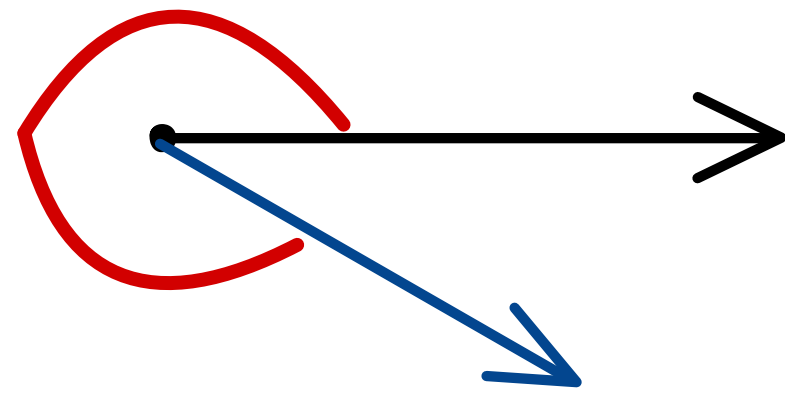
มุมป้าน

ขนาดของมุม : $90^\circ < \text{ขนาด} < 180^\circ$



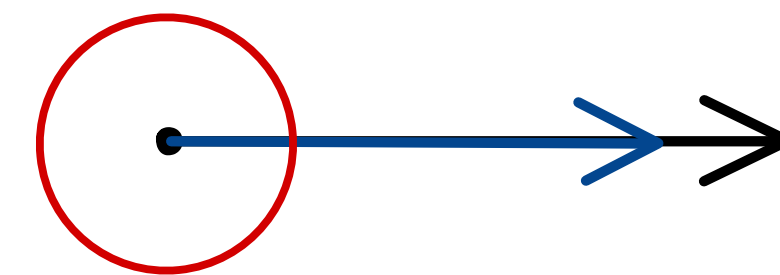
มุมตรง

180°



มุมกลับ

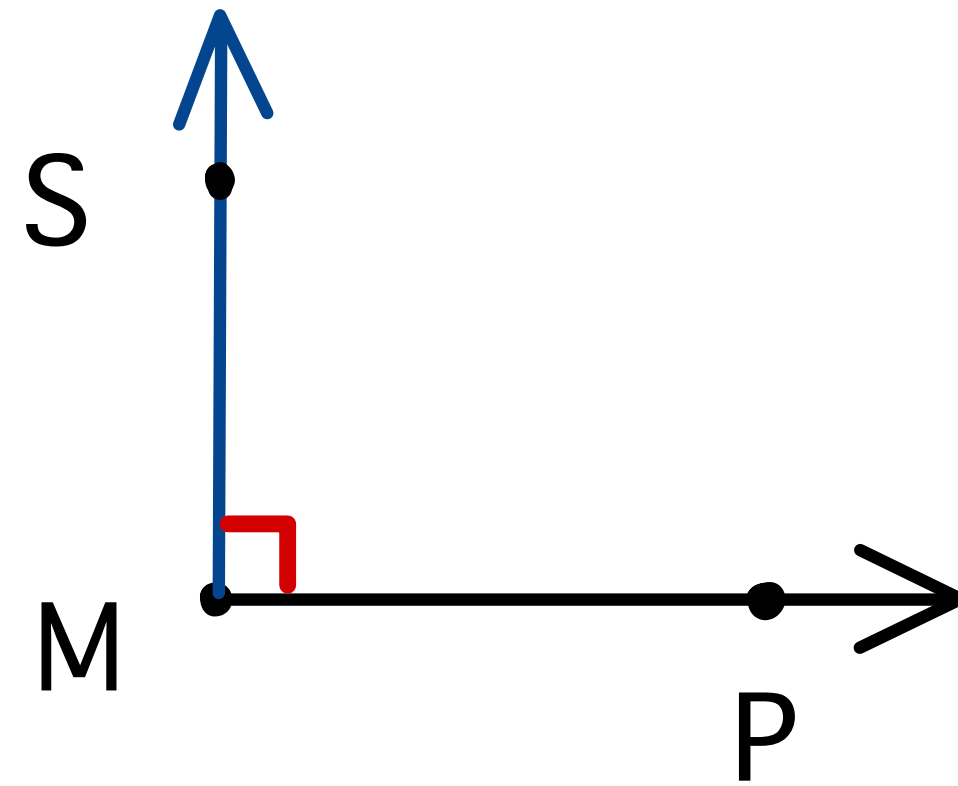
ขนาดของมุม : $180^\circ < \text{ขนาด} < 360^\circ$



★ มุมสมบูรณ์

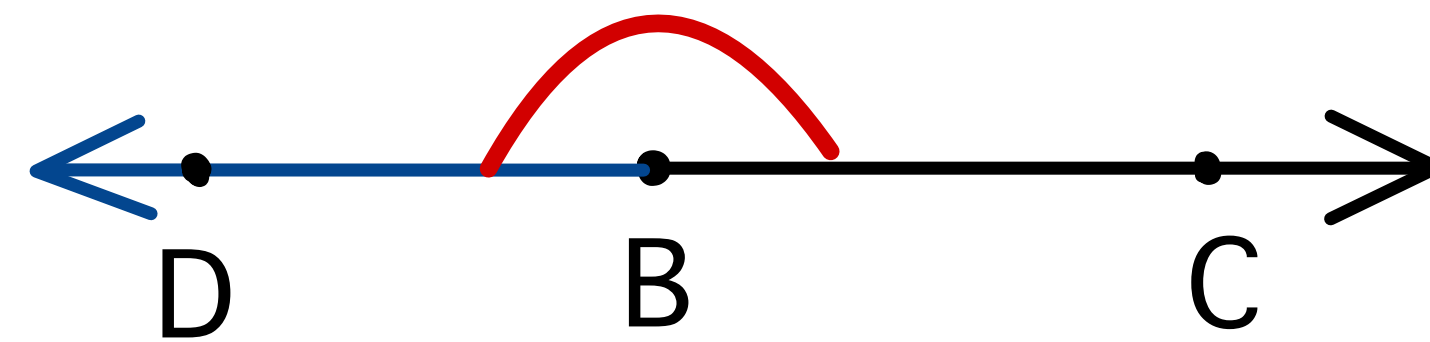
360° (วงกลม 1 รอบ)

ตัวอย่างการบอกขนาดมุม



จากรูป มุม \widehat{PMS} มีขนาด 90 องศา

หรือเขียนแทนด้วย $m(\widehat{PMS}) = 90^\circ$



จากรูป มุม \widehat{CBD} มีขนาด 180 องศา

หรือเขียนแทนด้วย $m(\widehat{CBD}) = 180^\circ$

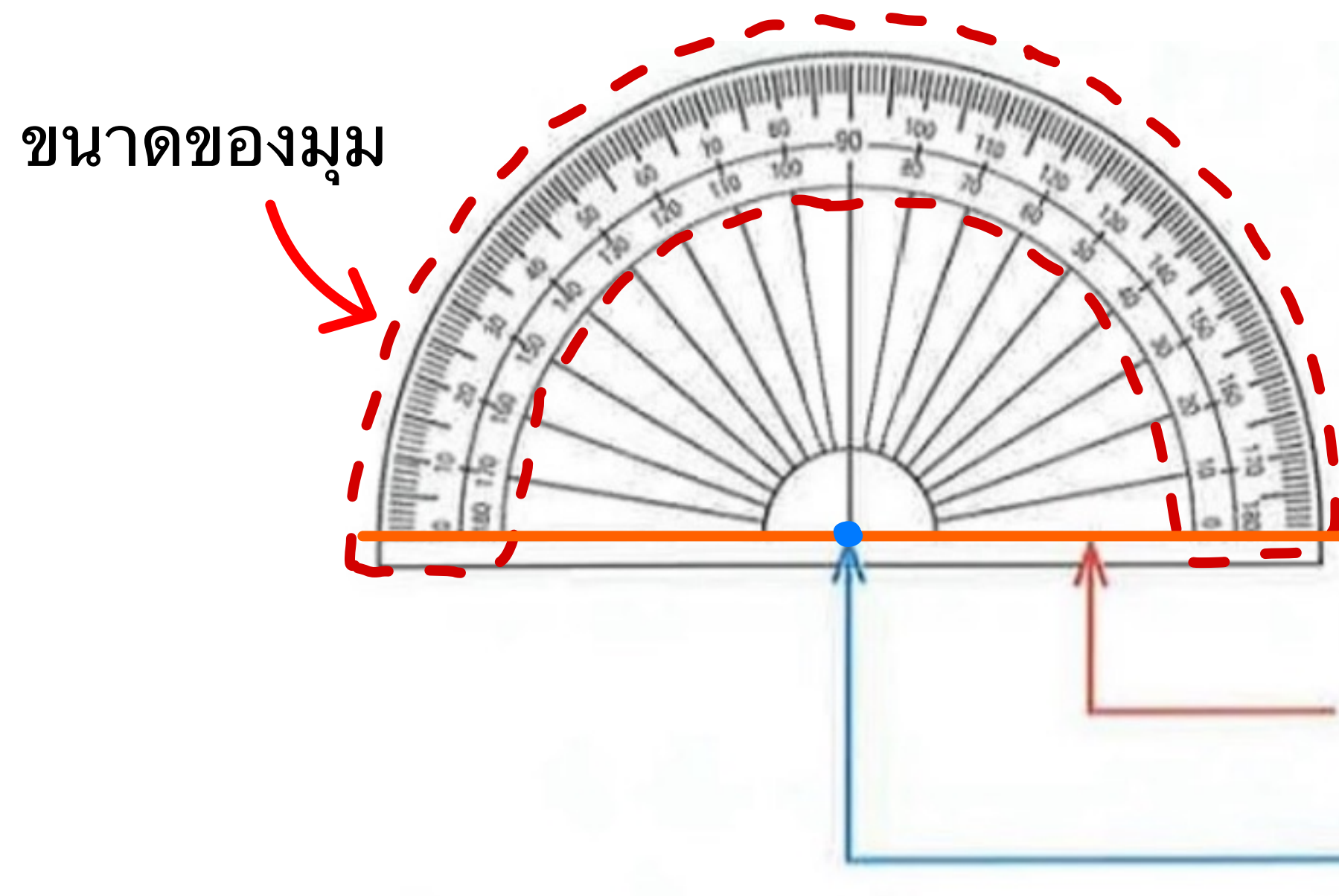
การวัดขนาดของมุม

โปรแทรกเตอร์
ชนิดครึ่งวงกลม (✓นิยมใช้)

โปรแทรกเตอร์
ชนิดสี่เหลี่ยมผืนผ้า (✗ไม่นิยมใช้)

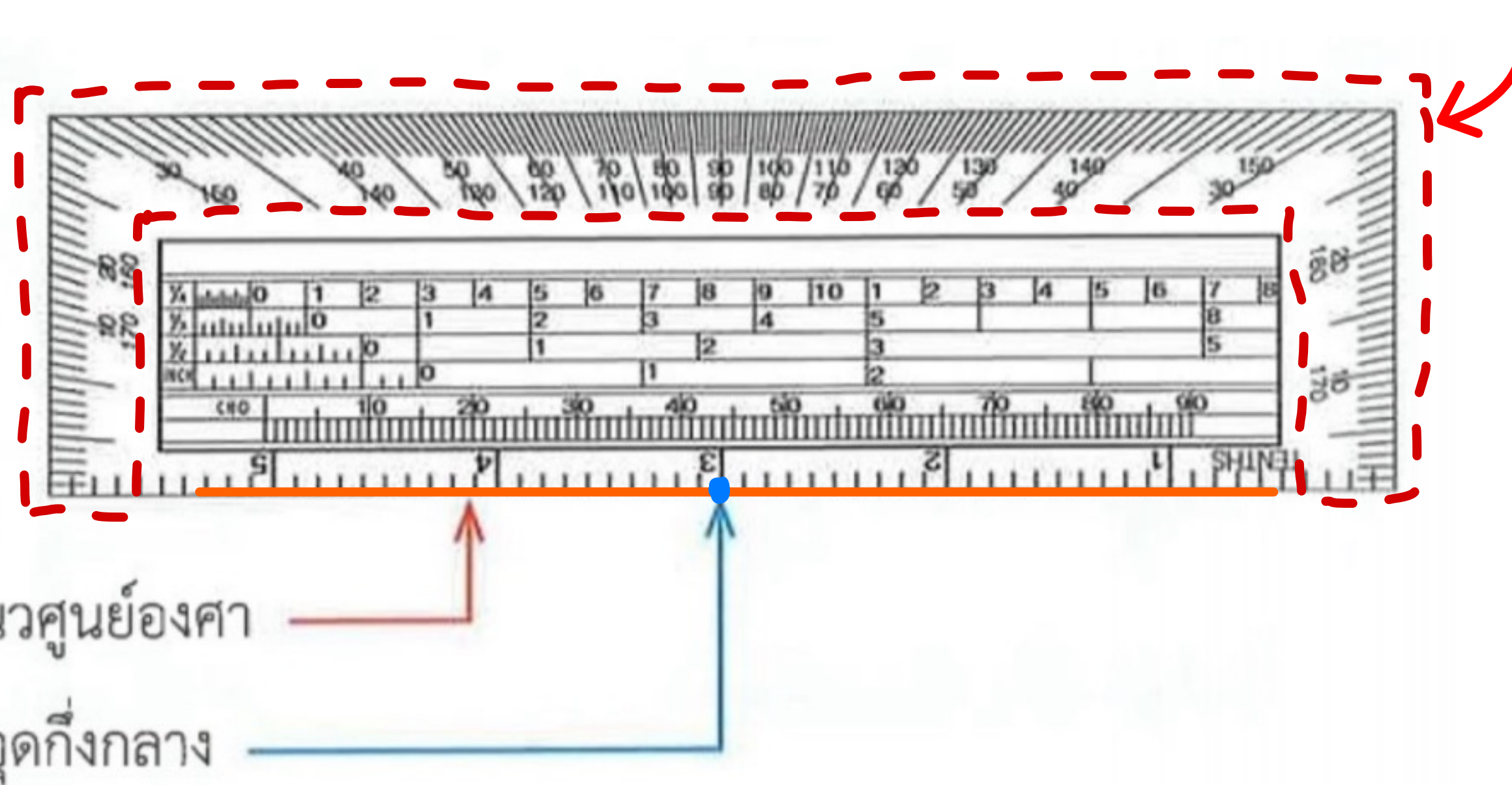
ขนาดของมุม

ขนาดของมุม

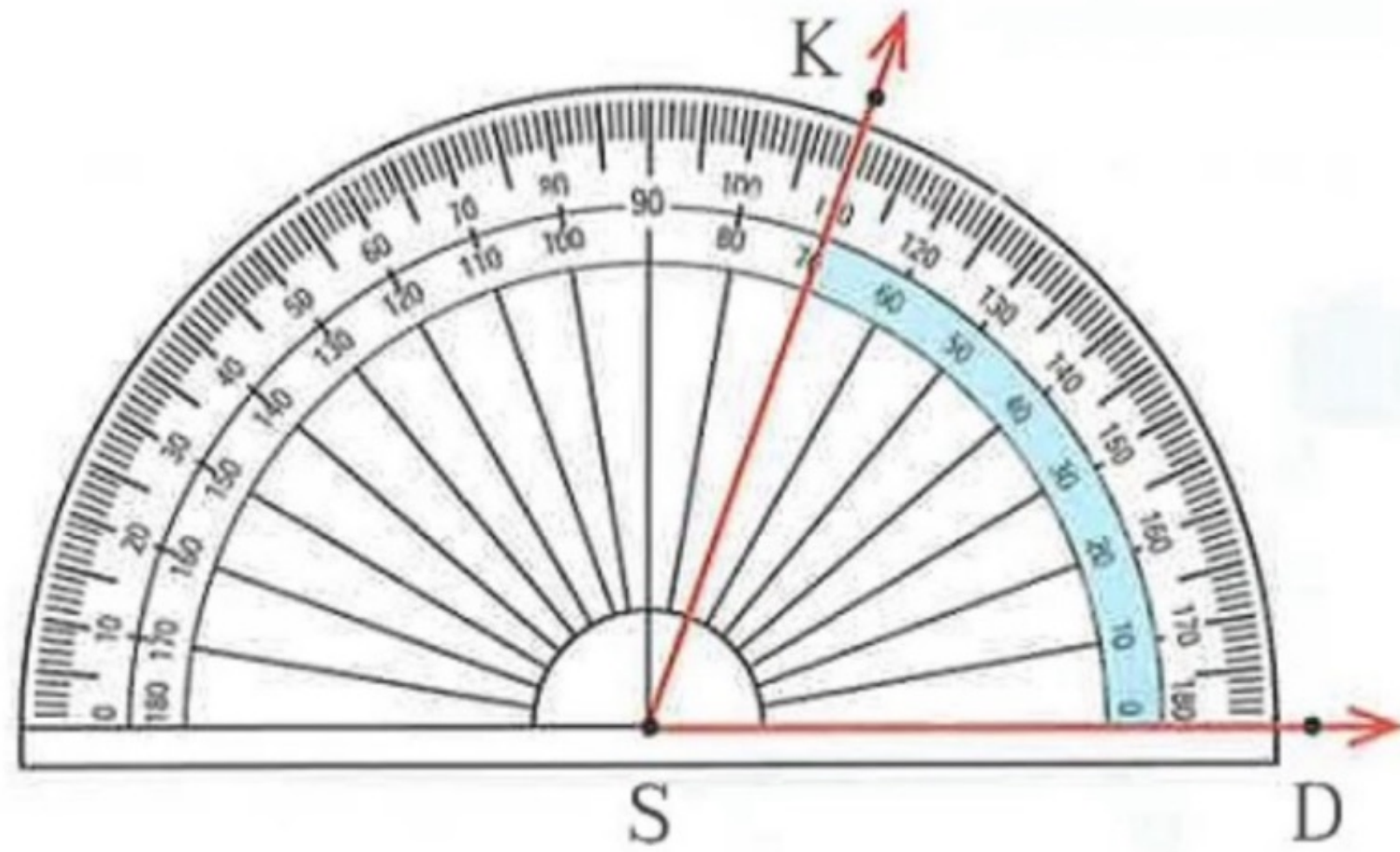


แนวศูนย์องศา

จุดกึ่งกลาง

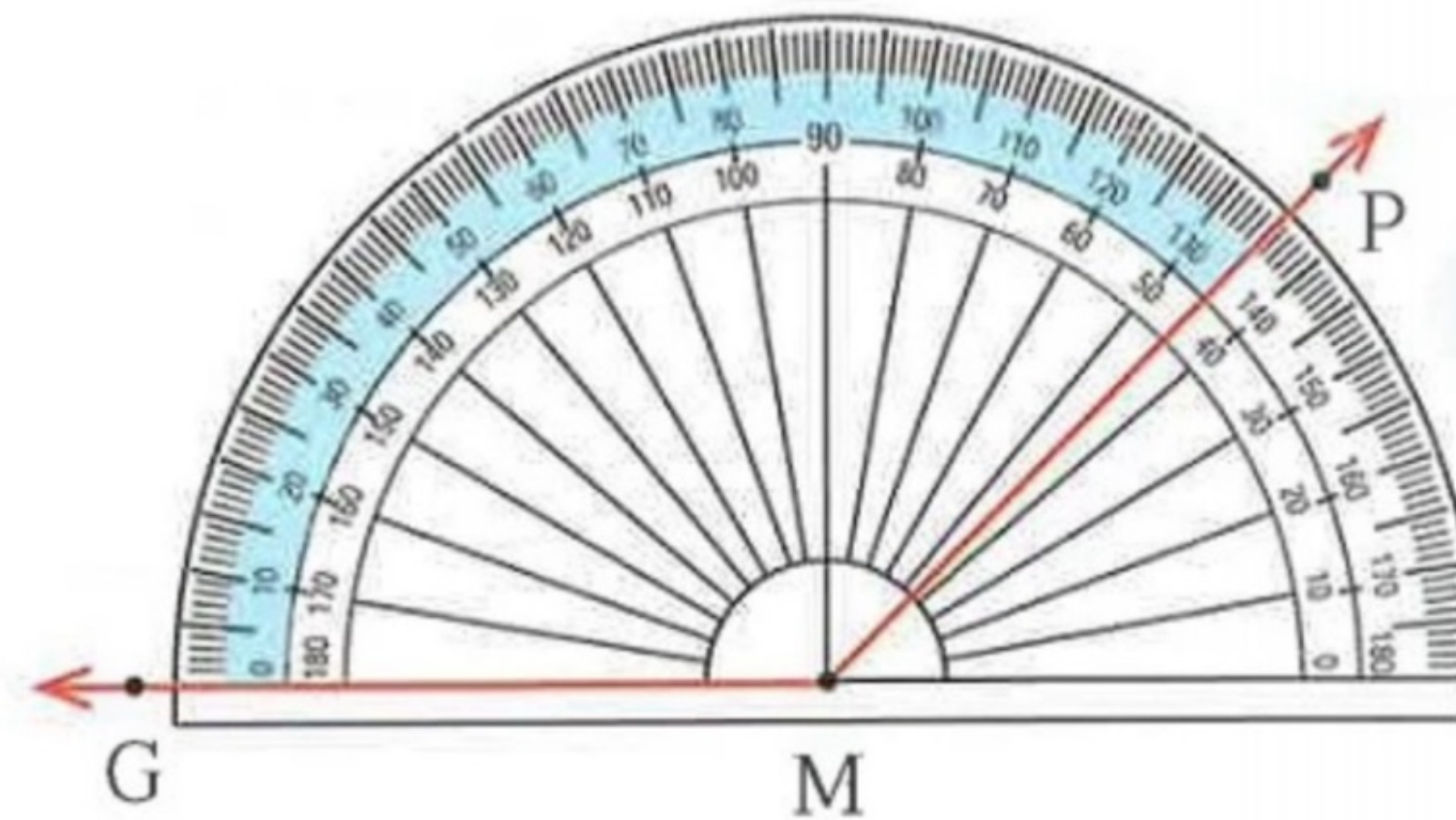


1. ให้จุดกึ่งกลางของโพรแทรกเตอร์ทับจุดยอดมุมของมุมที่ต้องการวัด
2. ให้แนวศูนย์องศาของ โพรแทรกเตอร์ทาบไปบนแขนของมุมแขนหนึ่ง
3. อ่านขนาดของมุม โดยนับจาก 0 องศาที่ตรงกับแขนหนึ่ง ไปจนถึงรอยขีดบอกองศาที่ตรงกับอีกแขนหนึ่ง รอยขีดนั้นจะบอกขนาดของมุม



\widehat{DSK} มีขนาด 70 องศา

หรือ $m(\widehat{DSK}) = 70^\circ$

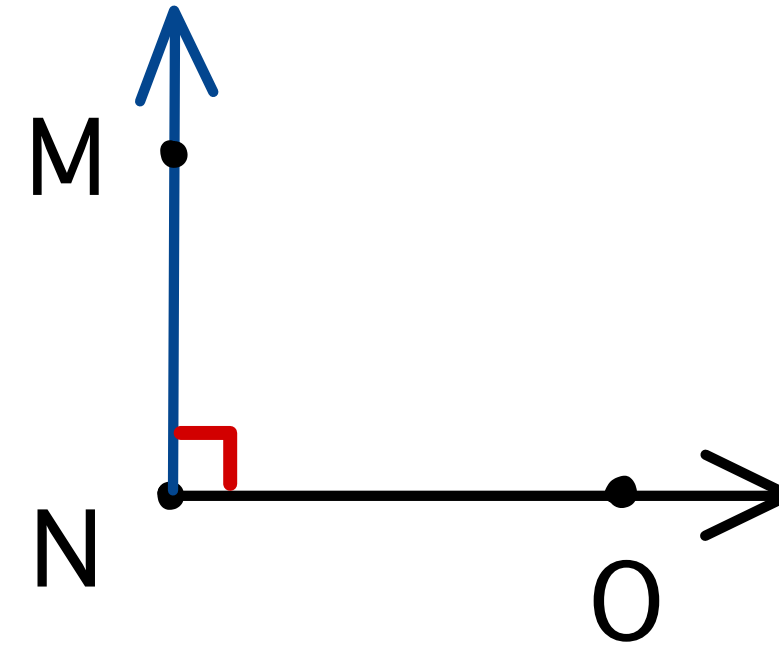
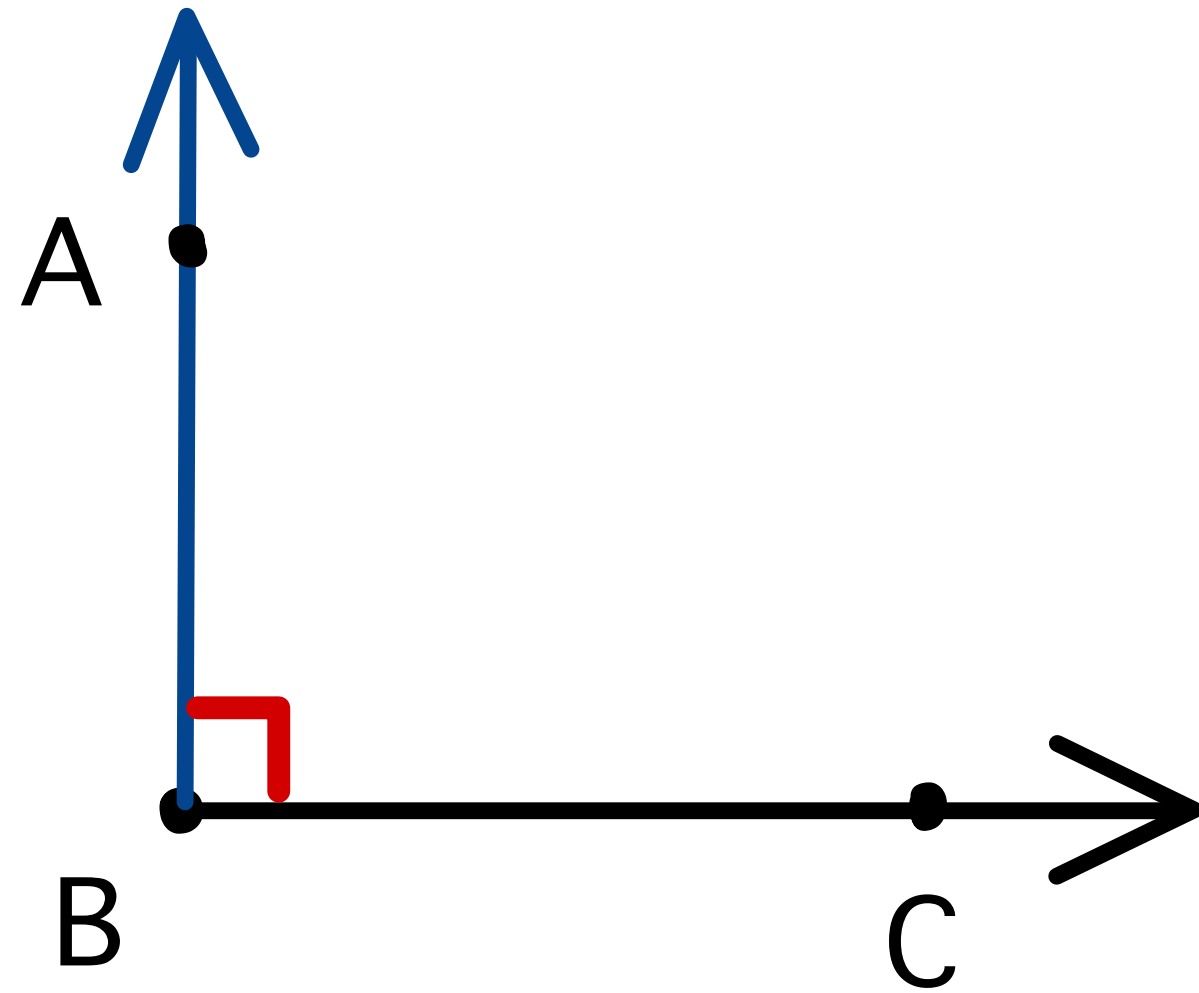


\widehat{GMP} มีขนาด 135 องศา

หรือ $m(\widehat{GMP}) = 135^\circ$



คำถามชวนคิด ???

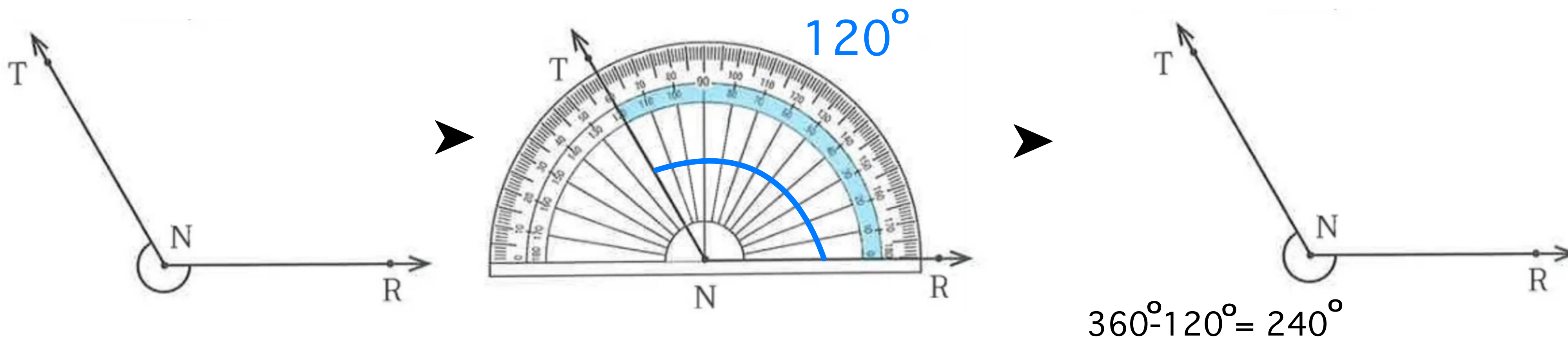


$m(\widehat{ABC})$ เท่ากับ $m(\widehat{MNO})$ หรือไม่?



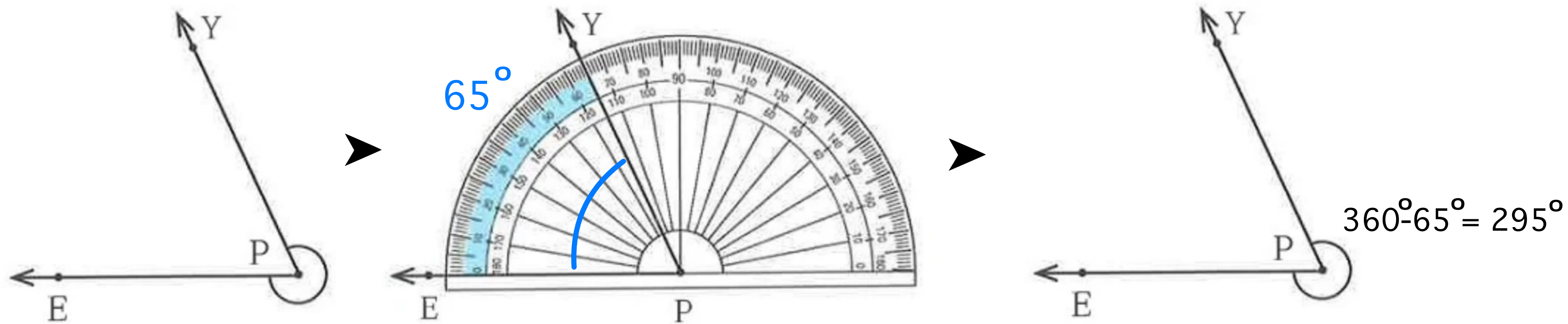
การหาขนาดของมุมกลับ

การหาขนาดของมุมกลับทำได้โดยการวัดมุมที่เหลือ แล้วนำไปลบออกจาก 360° เพราะ 1 รอบวงกลม เท่ากับ 360°



จากรูป \widehat{TNR} เป็นมุมกลับ มุมที่เหลือเป็นมุมป้าน วัดขนาดได้ 120°

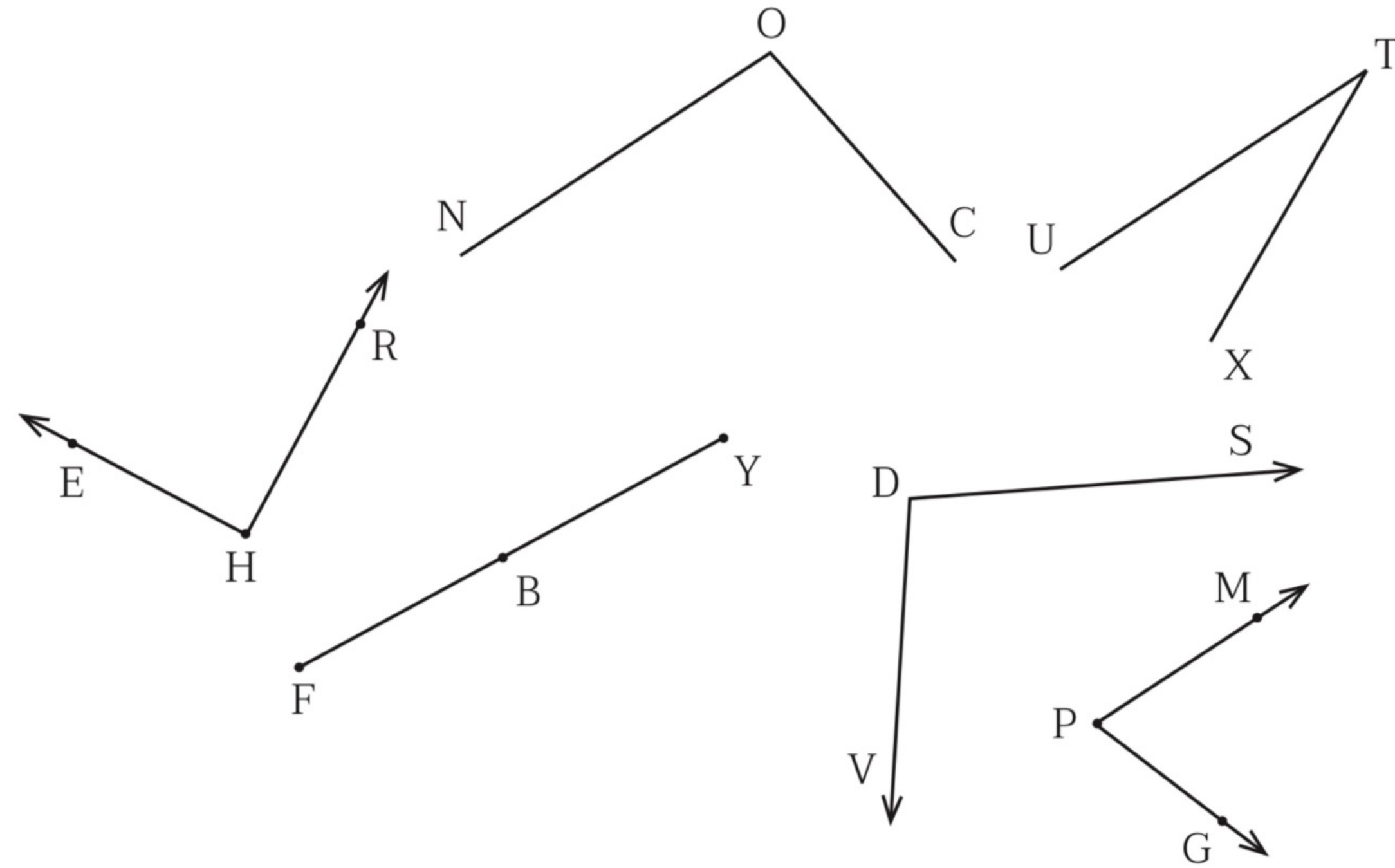
$$\text{ดังนั้น } m(\widehat{TNR}) = 360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$$



จากรูป \widehat{YPE} เป็นมุมกลับ มุมที่เหลือเป็นมุมป้าน วัดขนาดได้ 65°

ดังนั้น $m(\widehat{YPE}) = 360^\circ - 65^\circ = 295^\circ$

แบบฝึกหัดที่ 1 : เติมคำตอบ



มุมแหลม ได้แก่

มุมป้าน ได้แก่

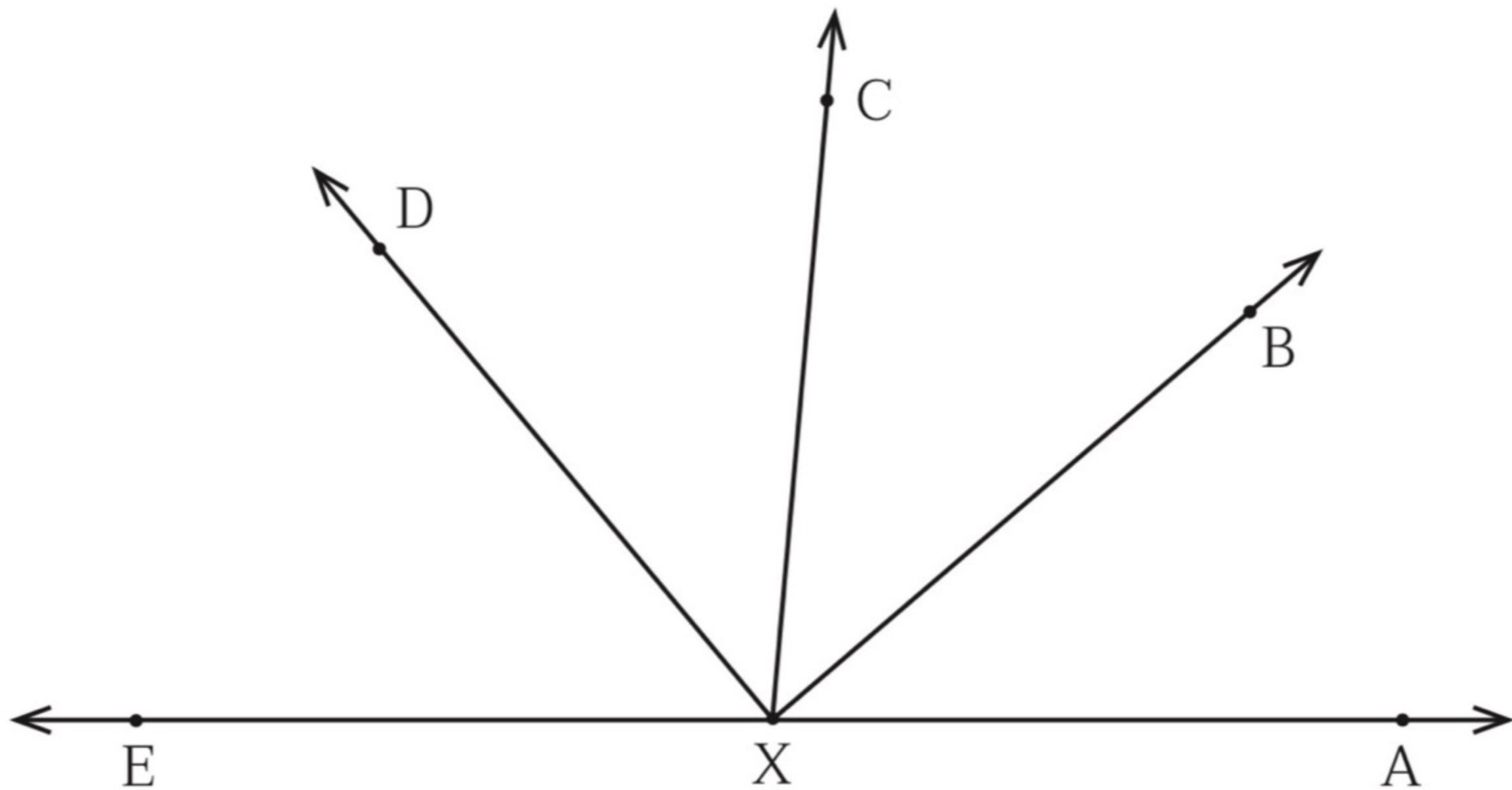
มุมตรง ได้แก่



แบบฝึกหัดที่ 2 : หาขนาดของมุมโดย**ไม่ใช้**ไม้โปรแทรกเตอร์

กำหนดให้ \widehat{BXD} เป็นมุมฉาก \widehat{AXE} เป็นมุมตรง

$m(\widehat{BXC}) = 45^\circ$ และ $m(\widehat{BXE}) = 140^\circ$ ดังรูป



1) $m(\widehat{BXD}) = \dots\dots\dots$ องศา

2) $m(\widehat{AXE}) = \dots\dots\dots$ องศา

3) $m(\widehat{AXB}) = \dots\dots\dots$ องศา

4) $m(\widehat{CXD}) = \dots\dots\dots$ องศา

5) $m(\widehat{DXE}) = \dots\dots\dots$ องศา

6) $m(\widehat{AXC}) = \dots\dots\dots$ องศา

7) $m(\widehat{AXD}) = \dots\dots\dots$ องศา

8) $m(\widehat{CXE}) = \dots\dots\dots$ องศา

แบบฝึกหัดที่ 3 : วาดมุมและบอกชื่อมุมตามข้อกำหนด

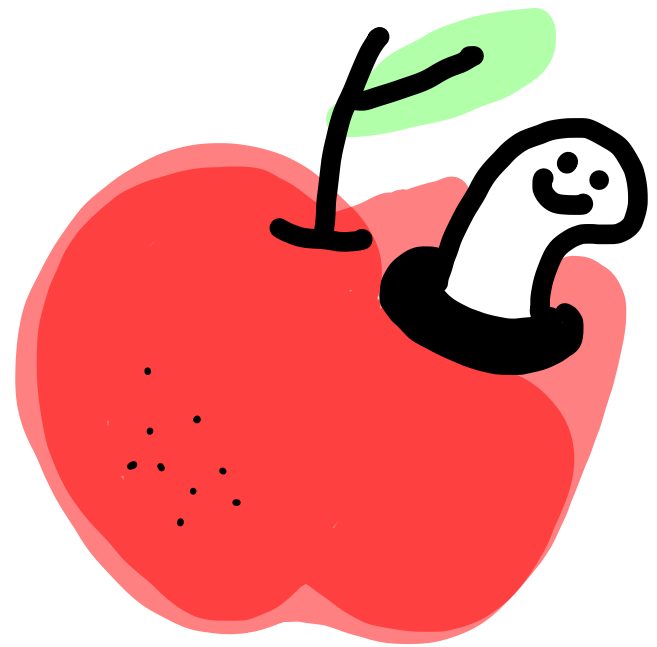
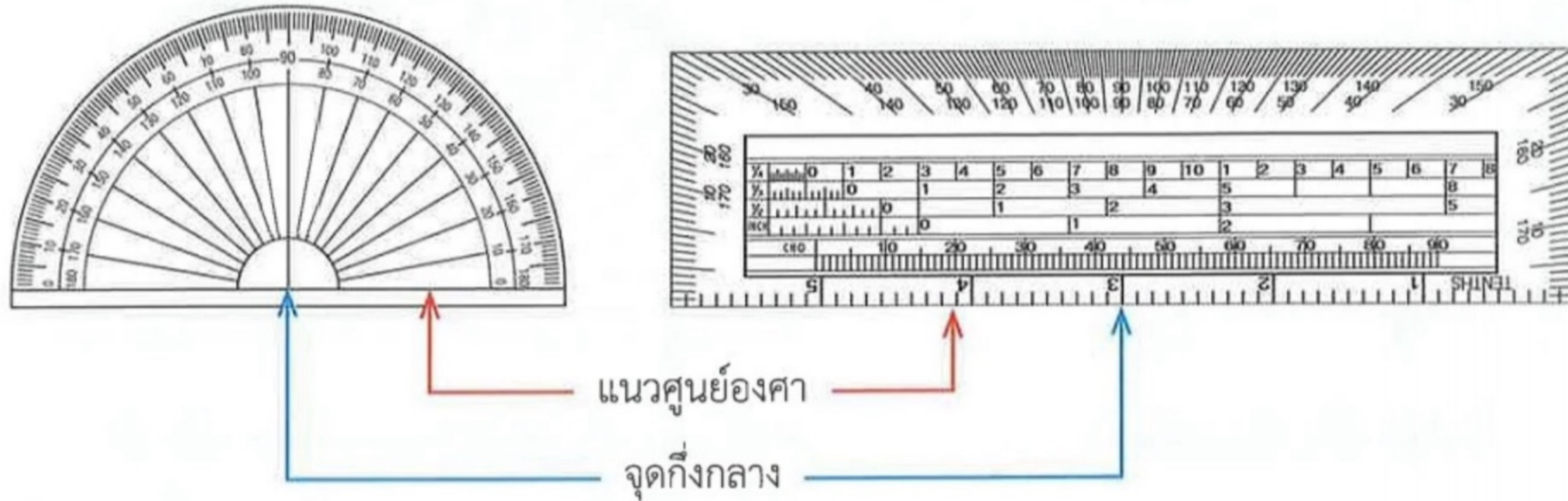
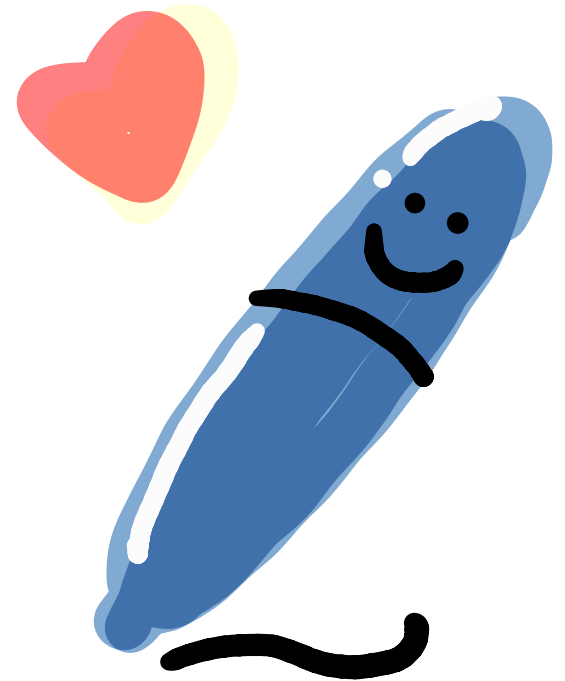
ข้อกำหนด	รูป	ชื่อมุม
1) มุมป้าน มี \vec{UT} และ \vec{US} เป็นแขนของมุม		
2) มุมฉาก มี \vec{DE} และ \vec{DR} เป็นแขนของมุม		
3) มุมตรง มี \vec{AK} และ \vec{AX} เป็นแขนของมุม		

ข้อกำหนด	รูป	ชื่อมุม
4) มุมแหลม มี \vec{NW} และ \vec{NZ} เป็นแขนของมุม		
5) มุมศูนย์ มี \vec{GY} และ \vec{GX} เป็นแขนของมุม		
6) มุมกลับ มี \vec{MB} และ \vec{MC} เป็นแขนของมุม		

ขนาดของมุม	ชนิดของมุม	เหตุผล
1) $m(\hat{A}XB) = 147^\circ$
2) $m(\hat{D}PE) = 0^\circ$
3) $m(\hat{S}YP) = 90^\circ$
4) $m(\hat{W}ZK) = 295^\circ$
5) $m(\hat{T}VN) = 180^\circ$
6) $m(\hat{K}LH) = 89^\circ$

แบบฝึกหัดที่ 4 : บอกชนิดของมุม พร้อมอธิบาย

● การสร้างมุม โดยใช้โปรแทรกเตอร์

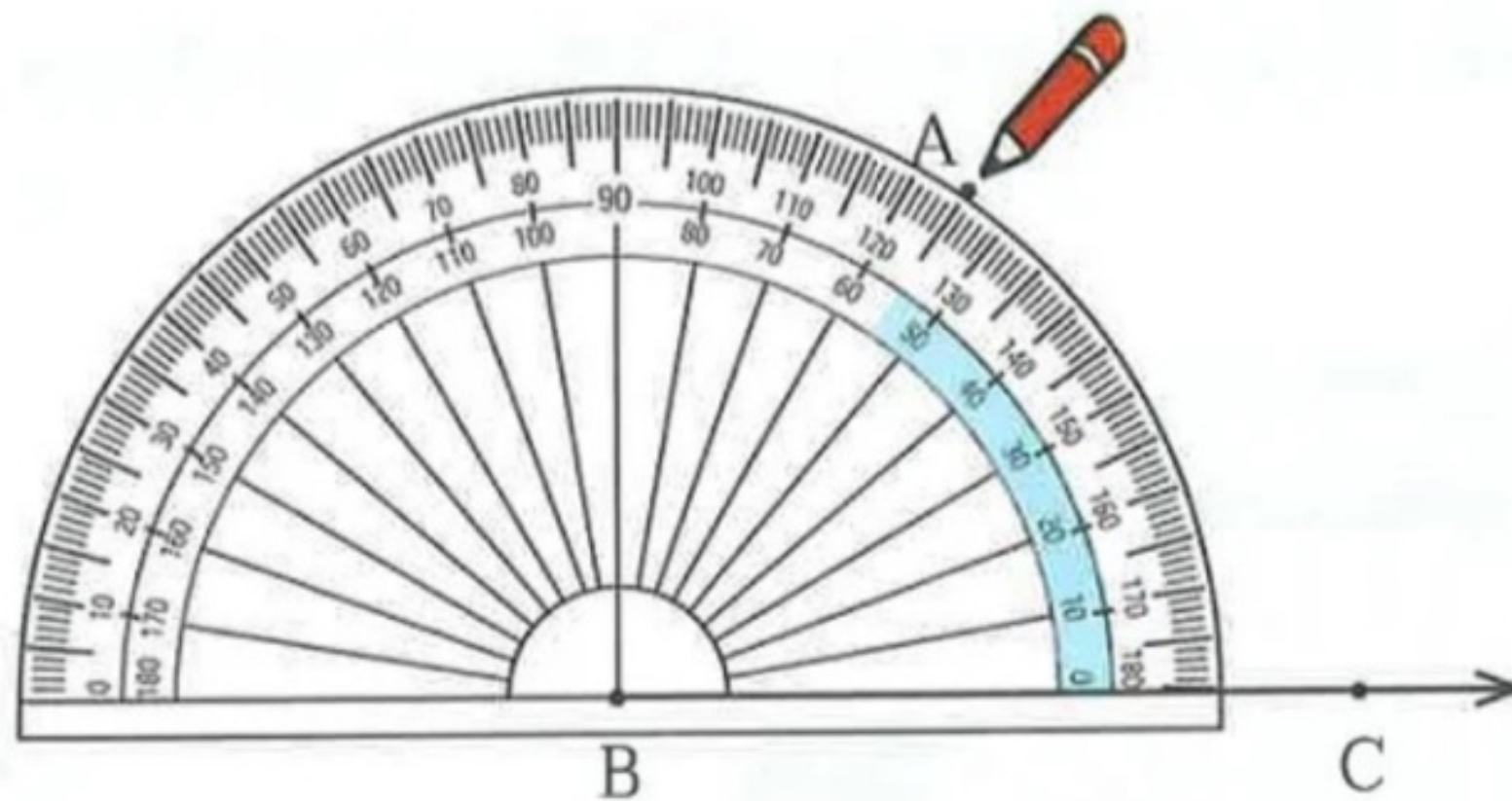


ตัวอย่าง : ต้องการสร้าง $\hat{A}BC$ ให้มีขนาด 55°

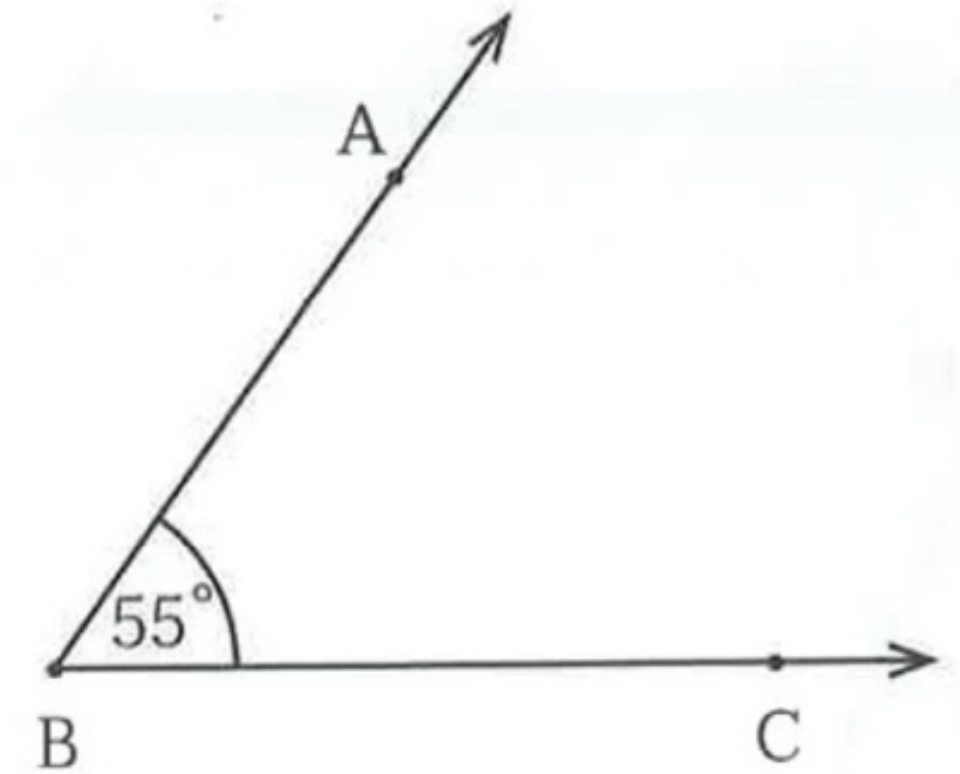
ขั้นที่ 1 ลาก \vec{BC}



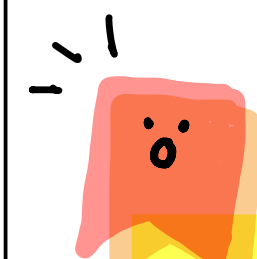
ขั้นที่ 2 วางโปรแทรกเตอร์ให้จุดกึ่งกลางของโปรแทรกเตอร์ทับจุด B โดยให้แนวศูนย์องศาทับ \vec{BC} นับจำนวนองศาจาก 0° ไปถึง 55° แล้วเขียนจุด A กำกับไว้



ขั้นที่ 3 ลาก \vec{BA}



จะได้ $\hat{A}BC$ มีขนาด 55°



จะสร้างมุม 305° ได้อย่างไร ?

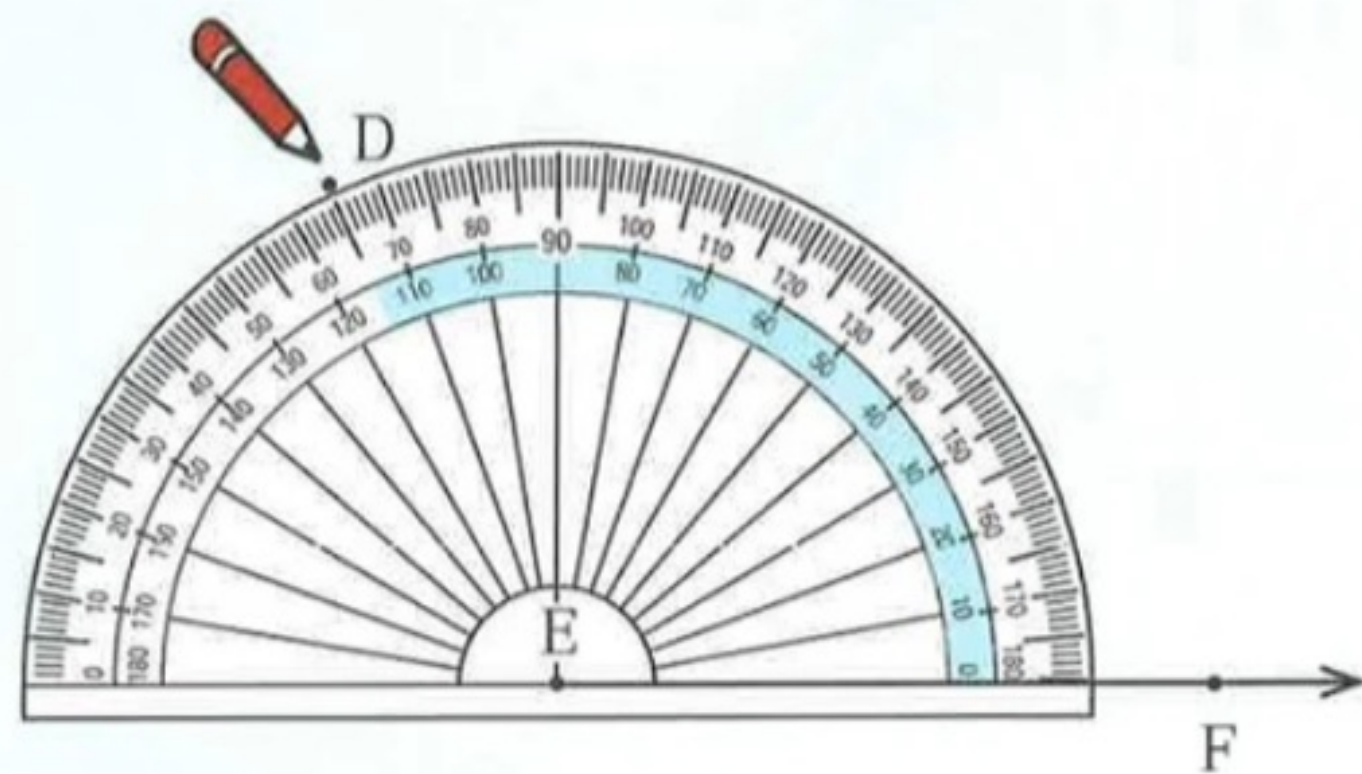
ตัวอย่าง : ต้องการสร้าง \widehat{DEF} ให้มีขนาด 245°

เนื่องจาก \widehat{DEF} เป็นมุมกลับ ดังนั้น การสร้างมุมกลับ สามารถทำได้โดยสร้างมุมที่เหลือซึ่งมีขนาด $360^\circ - 245^\circ = 115^\circ$ แทน ซึ่งจะทำให้ได้มุมกลับที่มีขนาด 245°

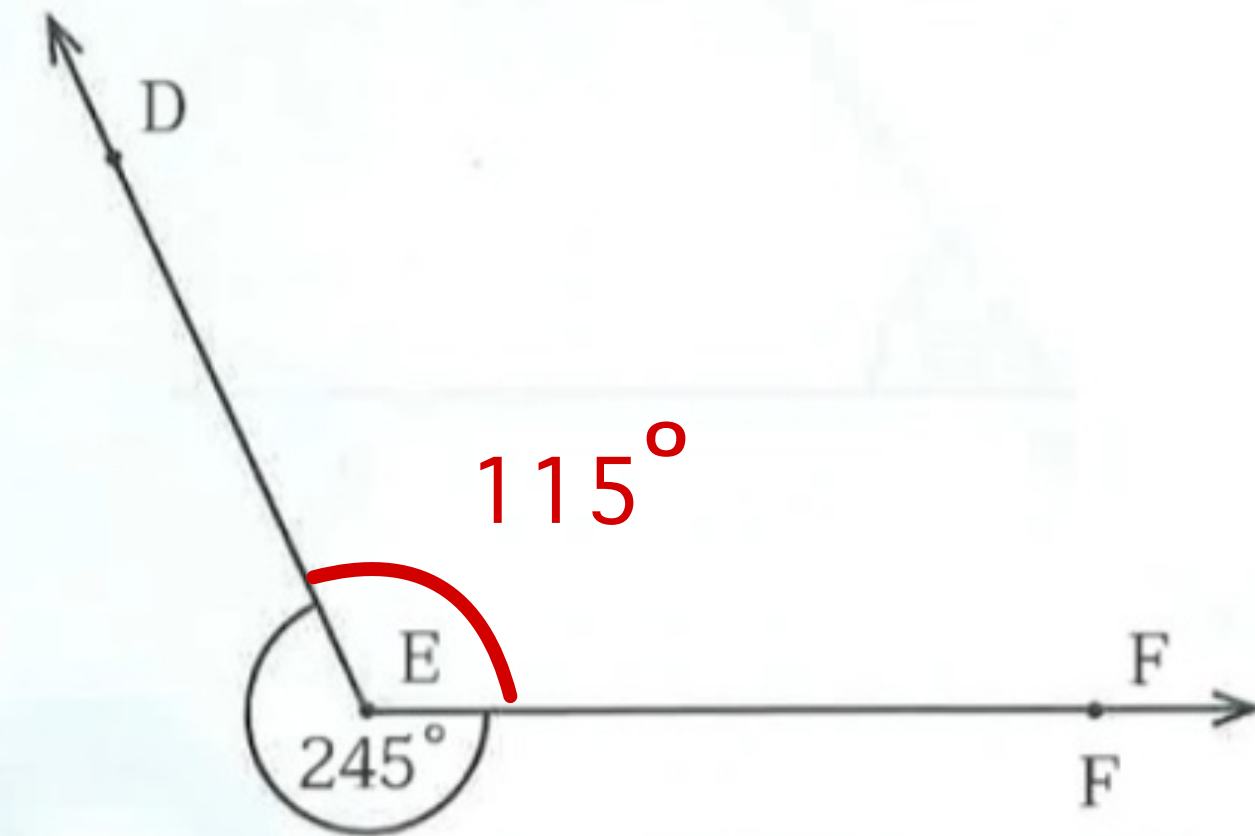
ขั้นที่ 1 ลาก \vec{EF}



ขั้นที่ 2 วางโปรแทรกเตอร์ให้จุดกึ่งกลางของโปรแทรกเตอร์ทับจุด E โดยให้แนวศูนย์องศาทับ \vec{EF} นับจำนวนองศาจาก 0° ไปถึง 115° แล้วเขียนจุด D กำกับไว้



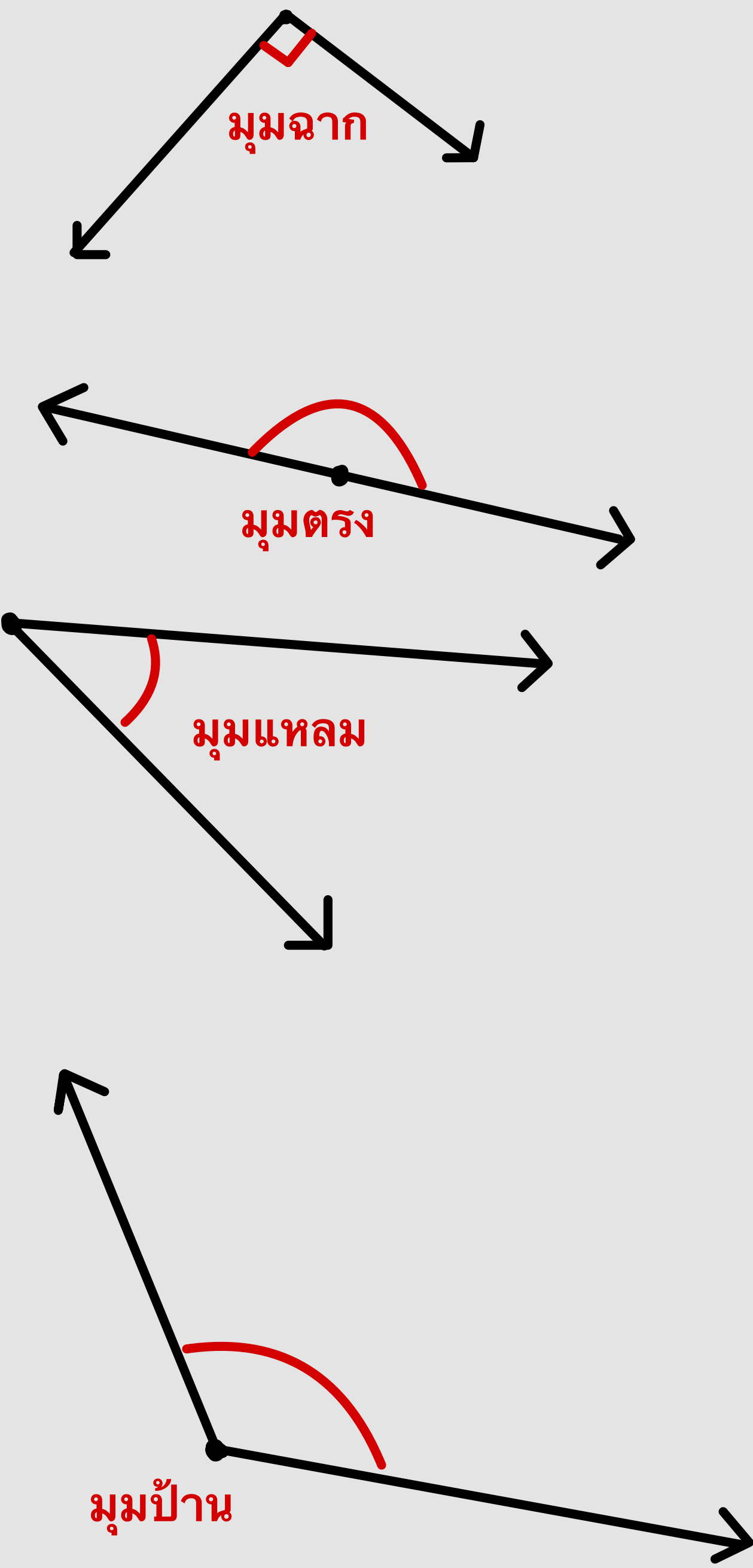
ขั้นที่ 3 ลาก \vec{ED} และเขียนส่วนโค้งของวงกลมเพื่อแสดงมุมกลับ



จะได้ \widehat{DEF} มีขนาด 245°

ไม่มีแบบฝึกหัดการสร้างมูม โดยใช้โพรแทรกเตอร์นะครั้นน้องๆ

เนื่องจากต้อง ใช้โพรแทรกเตอร์แล้วฝึกสร้างมูมลงบนกระดาษ



จบบทที่ 8

